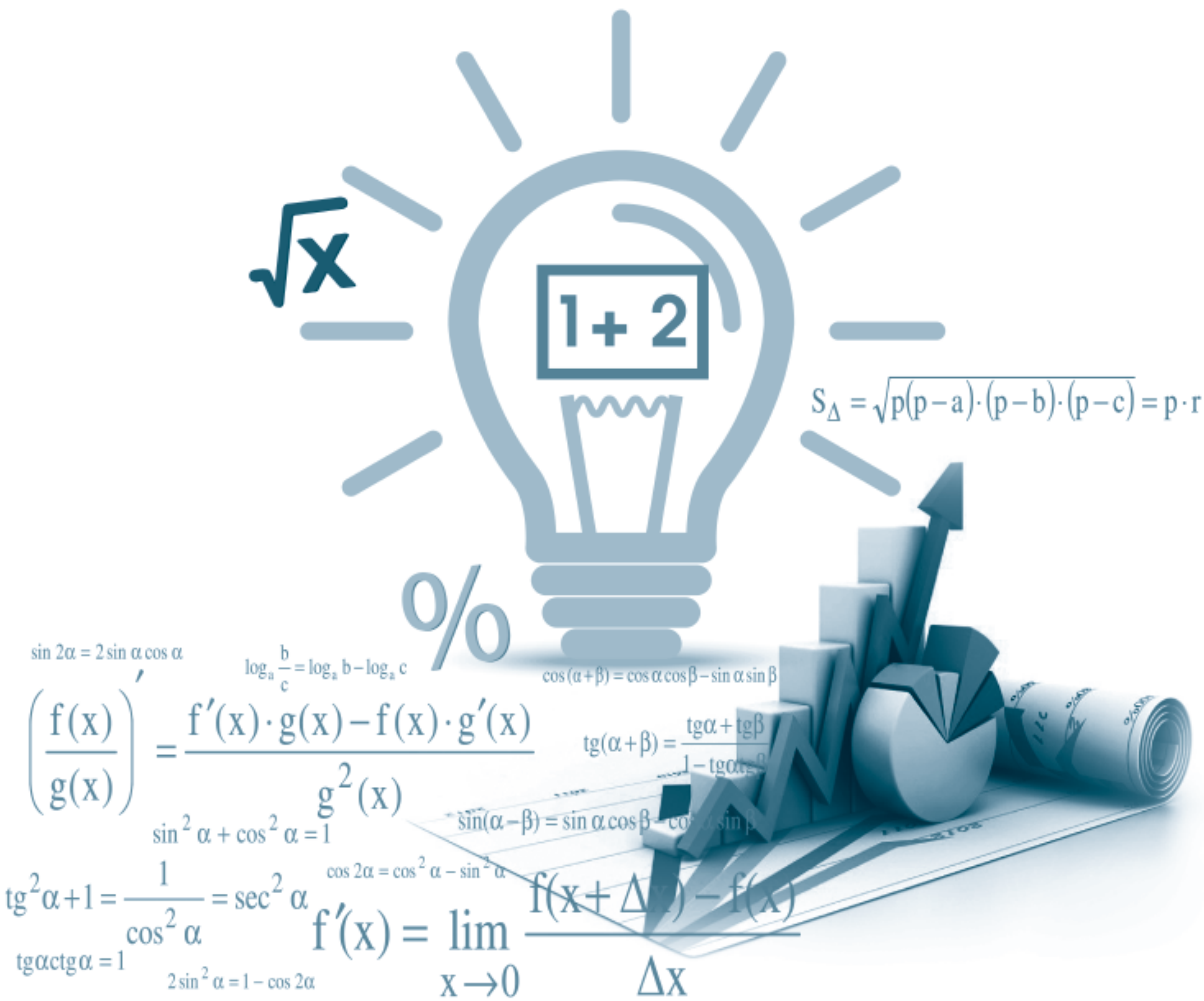
GUÍAS DE

Matemáticas y Razonamiento Cuantitativo



PRUEBAS DE MATEMÁTICAS Y RAZONAMIENTO CUANTITATIVO

LA PRUEBA ANTES DEL 2014

Esta prueba está caracterizada en términos de las *competencias* y los *componentes* que evalúa. Estos elementos corresponden a los *procesos* propios de la actividad matemática y a los *conocimientos matemáticos* presentes en los *Estándares*, aunque solo de manera aproximada. En efecto, dado que la prueba tiene un número de preguntas relativamente pequeño (24), se fusionaron algunas de las categorías presentes en los *Estándares*, llegando así a definir tres competencias y tres componentes. Las competencias que se evaluaban son:

- Comunicación y representación
- Modelación, planteamiento y resolución de problemas.
- Razonamiento y argumentación.

LOS COMPONENTES SON:

- Geométrico y métrico
- Numérico y variacional
- Aleatorio

PRUEBA ACTUAL

Los cambios que se propone introducir en la prueba de Matemáticas son de forma antes que de fondo: por un lado, aumentar el número de preguntas y, por otro, establecer unas especificaciones que distingan entre aquellos contenidos de las matemáticas que son de carácter genérico que llamaremos de ***razonamiento cuantitativo*** y los que no lo son.

El Razonamiento Cuantitativo.

Con la expresión "razonamiento cuantitativo" se designan "aquellas habilidades matemáticas con las que todo ciudadano debería contar, independientemente de su profesión u oficio, para poder desempeñarse adecuadamente en contextos cotidianos.

Contextos

Las preguntas de razonamiento cuantitativo se enmarcan en situaciones propias de la vida cotidiana. Estas situaciones son usualmente de los siguientes tipos:

- **Financieras.**
  Involucran el manejo de cifras relacionadas con dinero. Abarcan, entre otras, las siguientes categorías: flujos de caja, rentabilidad, rendimientos financieros, programas de ahorro, créditos, intereses, evaluación de riesgos y conversión de monedas.
- **De divulgación científica.**
  Involucran información o resultados de tipo científico que son de interés general y no requieren de un conocimiento disciplinar avanzado. Comprenden, por ejemplo, fenómenos ambientales, climáticos, astronómicos, de salud, dinámicas de poblaciones, desarrollos tecnológicos, telecomunicaciones e informática.
- **Sociales.**
  Involucran situaciones que enfrenta un individuo en su calidad de ciudadano. Por ejemplo, lo relacionado con: resultados electorales, impacto de programas políticos, indicadores económicos, flujos demográficos y eventos culturales.
- **Ocupacionales.**
  Involucran actividades propias de un oficio determinado, que no requieran para su realización de conocimientos técnicos específicos. Se incluyen, en particular, situaciones propias del ámbito escolar o universitario.

Conocimientos

Los conocimientos que involucraría la prueba corresponden a los conocimientos matemáticos establecidos en los Estándares. En la siguiente tabla se presentan los conocimientos que serían evaluados sistemáticamente en la prueba de *Matemáticas* propuesta, clasificados como *genéricos o no-genéricos*.

TIPO	CONOCIMIENTOS GENERICOS	CONOCIMIENTOS NO GENERICOS
Numérico	Orden de números e intervalos.	Sucesiones y límites.
	Números racionales (representados como fracciones, razones, números con decimales, o en términos de porcentajes).	Números reales.
Numérico Variacional	Operaciones aritméticas (suma, resta, multiplicación, división y potenciación), composición de operaciones y uso de sus propiedades básicas.	Funciones polinomiales, racionales, radicales, exponenciales y logarítmicas.
Geométrico Métrico	Figuras geométricas básicas (triángulos, cuadrados, rectángulos, rombos, círculos, esferas, cubos). **Relaciones de paralelismo y ortogonalidad** entre rectas.	Figuras geométricas simples (polígonos, pirámides, elipses). Construcciones geométricas complejas.
Métrico	Magnitudes y unidades físicas (tiempo, peso, temperatura).	Notación científica.
	Aproximación y orden de magnitud.	
Numérico Variacional	Sistemas de coordenadas cartesianas bidimensionales.	Sistemas de coordenadas cartesianas tridimensionales y polares.
	Relaciones lineales. Representación gráfica del cambio. Razones de magnitudes: velocidad, aceleración, tasas de cambio, tasas de interés, densidades. Proporcionalidad directa e inversa.	Crecimiento polinomial y exponencial. Periodicidad.
Numérico Aleatorio	Intersección, unión y contenencia entre conjuntos.	Combinaciones y permutaciones.
	Conteos que utilizan principios de suma y multiplicación.	
Métrico Aleatorio	Promedio, rango estadístico.	Medidas de tendencia central y dispersión.
	Azar y relaciones probabilísticas entre eventos complementarios o independientes.	Muestreo e inferencias muestrales.

COMPETENCIAS QUE SE EVALÚAN

Competencias

Para cada uno de los tipos de pensamiento presentados se evaluarían las competencias o acciones de la actividad matemática que se presentan a continuación. Estas involucrarían conocimientos tanto genéricos como no-genéricos.

- **Interpretación y representación.**
  Consiste en la capacidad de comprender y manipular representaciones de datos cuantitativos o de objetos matemáticos en distintos formatos (textos, tablas, gráficos, diagramas, esquemas). Incluye, entre otras cosas, la extracción de información local (por ejemplo, la lectura del valor asociado a determinado elemento en una tabla o la identificación de un punto de quiebre en el gráfico de una función) o global (por ejemplo, la identificación de un promedio, tendencia o patrón); la comparación de representaciones desde una perspectiva comunicativa (por ejemplo qué figura representa algo de una forma más clara o adecuada); la representación gráfica y tabular de funciones y relaciones. Pueden requerirse cálculos o estimaciones simples.
- **Formulación y ejecución.**
  Consiste en la capacidad de establecer, ejecutar y evaluar estrategias para analizar o resolver problemas que involucren información cuantitativa y objetos matemáticos. Incluye, entre otras cosas, modelar de forma abstracta situaciones reales; analizar los supuestos de un modelo y evaluar su utilidad; escoger y realizar procedimientos (entre los que se incluyen manipulaciones algebraicas y cálculos); evaluar el resultado de un procedimiento.
- **Razonamiento y argumentación.**
  Consiste en la capacidad de justificar juicios sobre situaciones que involucren datos cuantitativos u objetos matemáticos (los juicios pueden referirse a representaciones, modelos, procedimientos, resultados, etc.) a partir de consideraciones o conceptualizaciones matemáticas. Incluye, entre otras cosas, construir o identificar argumentaciones válidas; usar adecuadamente ejemplos y contraejemplos; distinguir hechos de supuestos; reconocer falacias.

MOTIVACIÓN

Los seres humanos somos un conjunto de mundos que buscan ser entendidos a plenitud. El hermoso componente de las matemáticas hace que éste tenga un sentido esencial, organizado y lógico, que permitirá analizar las distintas eventualidades desde un eje más concreto, lo cual garantizará tu éxito, "Fortalécete en este componente y haz de tu mundo el mejor".

INTRODUCCIÓN

A pesar de estar rodeados en nuestra vida cotidiana de una constante manifestación de las matemáticas, su conocimiento como ciencia despierta algunas resistencias. Con la finalidad de hacerlas más accesibles y comprensibles, **Las Guías didácticas del Grupo Educativo Abel Mendoza** nos muestra, a partir de distintos planteamientos matemáticos cuáles son las diferencias más notables entre los pensamientos y los procesos generales del área en diferentes situaciones problemas y diferentes contextos.

Los estudiantes se involucran en una amplia gama de actividades de lectura, de razonamiento cuantitativo, logrando así a ser más eficaces en su aprendizaje y a tener un buen rendimiento en el centro escolar. Las guías también documentan un fuerte vínculo entre las prácticas de lectura, la motivación y las competencias que existen entre los estudiantes. Los procesos generales de la matemática son cruciales para que los alumnos den sentido al mundo en el que viven y continúen aprendiendo a lo largo de sus vidas.

En ése orden de ideas resulta fundamental integrar las competencias básicas y las situaciones problemas de matemáticas en actividades que permita potencializar las habilidades, gustos e intereses de los estudiantes y motivarlos hacia las matemáticas, como fuente de soluciones a diversos problemas de la vida cotidiana.

ESTRATEGIAS Y ORIENTACIONES DIDÁCTICAS PARA EL DOCENTE

Para muchos estudiantes, las matemáticas pueden ser una materia de salón de clases difícil. A medida que continúas con tu educación en la preparatoria y la universidad los problemas de matemáticas serán más rigurosos asumiendo que deseas concentrarte en esta materia en un futuro en tus estudios universitarios. Al tener pocas bases de habilidades para resolver problemas de matemáticas bien establecidas estarás más preparado para abordar cualquier problema matemático con confianza y un plan estratégico.

Los docentes deben establecer estrategias útiles para resolver un problema matemático, consiste en emplear la reformulación de la pregunta o el problema en forma de gráfica o tabla. De acuerdo a tus preferencias de aprendizaje, una gráfica o una tabla te pueden proporcionar un mejor entendimiento sobre lo que es el problema guiándote en la dirección correcta para resolverlo. Elimina del problema los datos extras o que no son necesarios al construir tu gráfica para tener claridad adicional.

La solución de un problema o situación matemática en este referente, los docentes deben emplear con sus estudiantes las estrategias que hayan aprendido en clase en lugar de lo que piensas que conoces de la vida real. A pesar de que la experiencia personal es ciertamente aplicable en algunos casos, los problemas matemáticos se enfocan más en la utilización de una ecuación para resolver de manera correcta una situación.

De acuerdo a lo anterior existen diversos modelos de resolución de problemas matemáticos, en el cual el docente puede implementar en su proceso de enseñanza, logrando así la motivación de entrada y lograr habilidades y destrezas en los estudiantes, lo cual tenemos Richard E. Mayer (2002), propone un modelo de solución de problemas en el que distingue cuatro componentes: traducción del problema, integración del problema, planificación de la solución y supervisión, y ejecución de la solución.

Este modelo se ha generado a partir de la observación de los procedimientos seguidos por los alumnos mientras resuelven problemas y de la comparación de esos procedimientos en alumnos con alto y bajo rendimiento en solución de problemas. El modelo se plantea en términos operativos, ofreciéndose descripciones de carácter procedimental en las que cada proceso trata de presentarse como una descripción de los procedimientos o procesos operativos que realiza un alumno mientras resuelve el problema.

El primer componente es la **traducción del problema**, que consiste en la capacidad para traducir cada proposición del problema a una representación mental, expresada en una fórmula Matemática. Según Mayer, esta habilidad requiere de dos tipos de conocimiento: Conocimiento lingüístico (conocimiento del idioma en que está escrito el enunciado), y el conocimiento semántico (conocimiento sobre los referentes reales a los que se refiere el problema).

El segundo componente es el **proceso de integración del problema**, el cual supone un conocimiento específico de los diversos tipos de problemas, a partir de un esquema adecuado a dicho problema. Mayer incluye en este proceso, la capacidad de distinguir entre información relevante e información irrelevante para la solución del problema.

El tercer componente identificado por Mayer, es la **planificación y supervisión del problema**, que hace referencia a la habilidad del sujeto para generar un plan mediante el planteamiento de objetivos dentro del problema, y a la habilidad para supervisar o monitorizar los procedimientos mediante los que se sigue el plan. Mayer propone que el conocimiento necesario para la elaboración de planes es el conocimiento estratégico, que implica la capacidad para crear o aplicar estrategias que ayuden a resolver problemas.

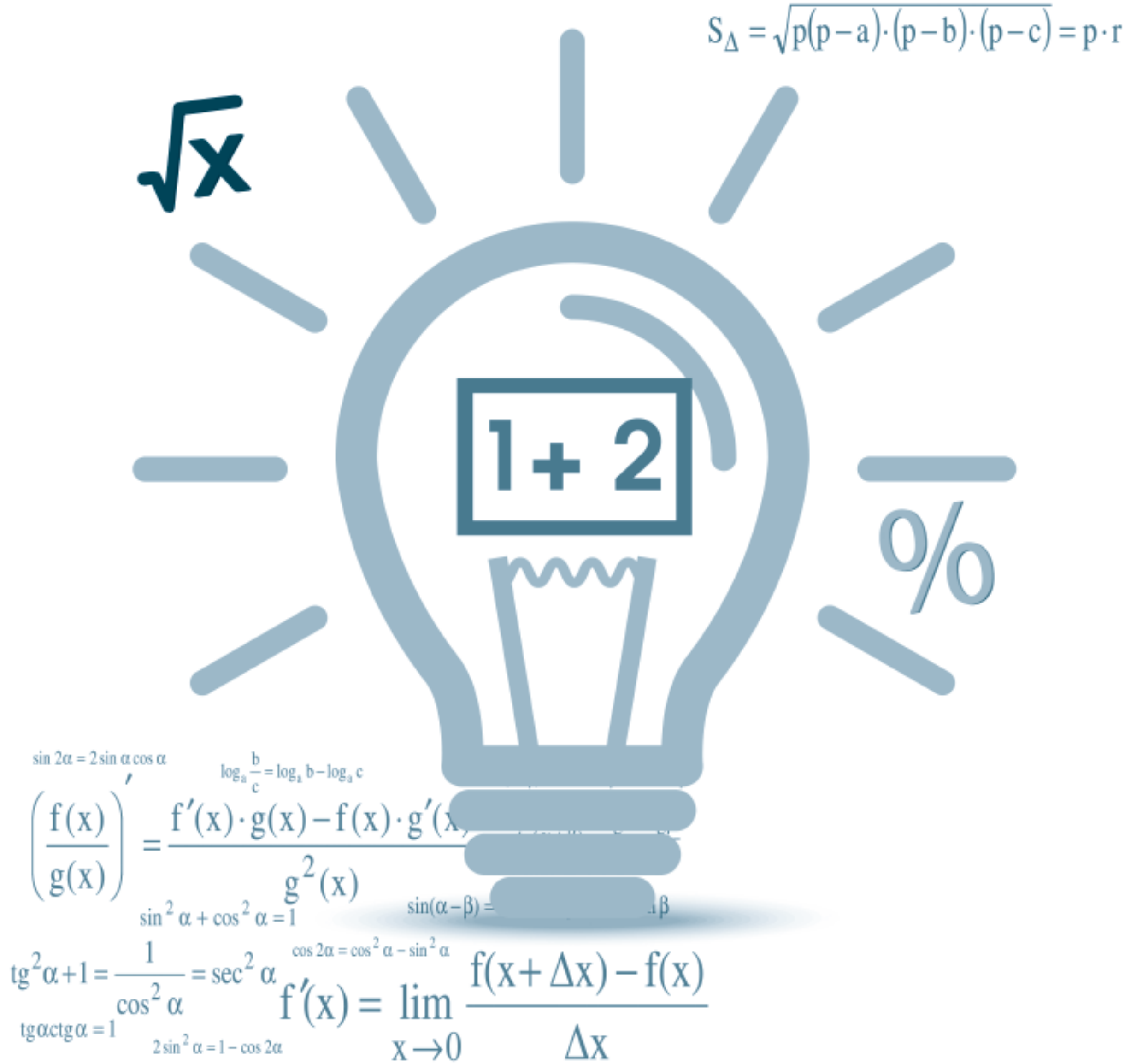
Por último, el cuarto componente de solución de problemas planteado por Mayer, es la **ejecución de la solución**; la aplicación de las reglas de la aritmética siguiendo el plan anteriormente elaborado. Este proceso requiere de conocimiento procedimental, necesario para hacer efectivos los procedimientos que se han planificado en la fase anterior.

Para lograr un desarrollo de competencias en los estudiantes es necesario ser parte activa y cognitiva para lograr en ellos la nueva aventura del descubrimiento del camino para llegar al fin de la solución de la situación descrita.

La contextualización de los problemas con la vida cotidiana emerge el nuevo elemento del razonamiento cuantitativo liderado por la discusión y la reflexión del estudiante con su entorno social, afectivo y académico.

GUÍAS DE

MATEMÁTICAS



MATEMÁTICAS

GUÍA Nº 1

¿QUÉ SON LAS MATEMÁTICAS?

"Las matemáticas son el alfabeto con el cual Dios ha escrito el Universo". "Las matemáticas son el lenguaje de la naturaleza"

Galileo Galilei

La matemática es la ciencia del orden y la medida (**René Descartes**). La importancia de las matemáticas radica en las diferentes aplicaciones que tiene. Toda persona debe poseer al menos conocimientos básicos de las matemáticas, ya que se utiliza en la mayoría de las áreas del aprendizaje.

Antes de iniciar el estudio de las matemáticas, es importante que conozcas su lenguaje. A continuación (ver tabla 1), se anexan los símbolos usualmente empleados:

$\leq$	Menor o igual que	$\in$	Pertenece	$\vee$	o
$\geq$	Mayor o igual que	$\notin$	No pertenece	$\wedge$	y
$>$	Mayor que	$\subset$	Contenido	/	Tal que
$<$	Menor que	$\sum$	Sumatoria	$\forall$	Para todo
$=$	Igual a	[ ]	Intervalo cerrado	$\exists$	Existe
$\neq$	Diferente de	( )	Intervalo abierto	$a \rightarrow b$	A implica b
$\approx$	Aproximado a	$\varnothing$	Conjunto vacío	$a \leftrightarrow b$	Si y solo si (a implica b y b implica a)
∞	Infinito	$\cup$	Unión	$\parallel$	Paralelo(a) a
$\therefore$	Por lo tanto	$\cap$	Intersección	$\perp$	Perpendicular a

Tabla 1: símbolos matemáticos.

Situación problema:

Andrés, al resolver la desigualdad $3x + 6 < 0$, afirma que la solución corresponde a todos los valores de x menores que 3. ¿Qué opinas de esto?

PROPIEDADES DE LA IGUALDAD Y REGLAS DE LAS DESIGUALDADES

PROPIEDAD TRANSITIVA DE LAS DESIGUALDADES

1. Sean a, b y c números reales. Si a es menor que b y b es menor que c, entonces a es menor que c. En símbolos

$$\forall\ a, b, c \in \mathbb{R}, \text{ si } a < b \wedge b < c \Rightarrow a < c$$

Recuerda que:

PROPIEDADES DE LA IGUALDAD			
Suma	Resta	Multiplicación	División
Sea $a = b$, entonces $a + b = b + c$	Sea $a = b$, entonces $a - c = b - c$	Sea $a = b$, entonces $ac = bc$, $c \neq 0$	Sea $a = b$, entonces $a/c = b/c$, $c \neq 0$

PROPIEDADES DE LA DESIGUALDAD			
Suma	Resta	Multiplicación	División
Sea $a < b$, entonces $a + c < b + c$	Sea $a < b$, entonces $a - c < b - c$	Sea $a < b$, entonces $ac < bc$ si $c > 0$ $ac > bc$ si $c < 0$	Sea $a < b$, entonces $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$, $c > 0$ $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$, $c < 0$

PREGUNTAS PROPUESTAS

1. ¿Qué valores de x satisfacen cada igualdad?

A. $x + 30 = 10$

B. $5 = -\frac{x}{3} - 3$

Solución:

Paso 1: Para el primer inciso tenemos.

$$x + 30 = 10$$

- Aplicamos la propiedad de resta para dejar la incógnita sola en el lado izquierdo de la expresión asi:

$$x + 30 - 30 = 10 - 30$$
$$x = -20$$

En conclusión, la incógnita debe tomar el valor de -20 para equilibrar la expresión.

Paso 2: Para el segundo inciso tenemos.

$$5 = -\frac{x}{3} - 3$$

- Aplicamos propiedad de suma.

$$5 + \frac{x}{3} = -\frac{x}{3} + \frac{x}{3} - 3$$

- Aplicamos propiedad de la resta.

$$5 - 5 + \frac{x}{3} = -3 - 5$$

- Aplicamos propiedad multiplicativa.

$$3\left(\frac{x}{3}\right) = 3\,(-8)$$
$$x = -24$$

En conclusión, la incógnita debe tomar el valor de -24 para equilibrar la expresión. Se puede comprobar dicho resultado haciendo la siguiente operación:

$$5 = -\frac{24}{3} - 3 = 8 - 3 = 5$$

2. Encuentre la solución de la desigualdad

$$\frac{x+1}{3} < \frac{x+2}{2}$$

Solución:

Paso 1: Aplicamos propiedad multiplicativa.

$$(3)(2)\left(\frac{x+1}{3}\right) < \left(\frac{x+2}{2}\right)(3)(2)$$

$$(2)\,(x + 1) < (x + 2)\,(3)$$

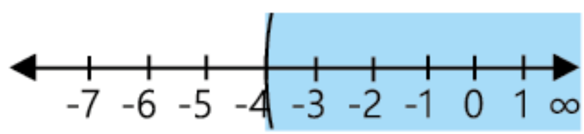
Paso 2: Aplicamos propiedad de la resta.

$$-2x - 6 + 2x + 2 < 3x + 6 - 2x - 6$$

$$-4 < x$$
$$x > -4$$

El conjunto de soluciones corresponde al intervalo $(-4, \infty)$

De manera gráfica.



ACTIVIDAD FORMATIVA

1. Cada igualdad equivale a una ecuación. Resuelva cada ecuación.

A. $x + 2 = 2x - 1$

B. $-3x + 2 = 5$

C. $\frac{1}{2} - x = 0$

D. $3 = 5x - 2$

E. $\frac{1}{x} + 5 = 0$

F. $\frac{2}{3x} + 2 = \frac{1}{3x} - 1$

G. $\frac{1}{x+1} = 2$

H. $x - 3 = 3 + x$

I. $2x - 1 = 3x + 3 - x - 4$

J. $\frac{x}{2} + 3x - \frac{2x}{3} = x - 1$

K. $\sqrt{x + 1} = 2$

L. $\sqrt[3]{x + 1} = 1$

M. $\sqrt[3]{\frac{x - 2}{2}} = 2$

N. $(x + 3)^2 = 4$

O. $x^2 + 2x + 1 = 0$

2. Resuelva las siguientes desigualdades.

A. $2x - 5 < x + 4$

B. $12x + 2 < 10x + 2$

C. $2(x + 1) > 5(x - 5)$

D. $20(10x - 2) > 10(5x + 4)$

E. $\frac{5x - 1}{-11} > \frac{9 + 7x}{4}$

F. $\frac{5 - 10m}{17} < 9 + 6m$

G. $\frac{3x}{2} + \frac{8}{3} > \frac{2 - x}{-2}$

H. $\frac{x}{2} + \frac{1}{4} > \frac{-1}{4} - \frac{x}{2}$

I. $\frac{3 - 3x}{-5} < 2$

J. $\frac{x + 1}{3} < \frac{x + 2}{2}$

K. $x^2 - 25 > 0$

L. $x^2 - 100 < 0$

M. $4x^2 - 16 > 0$

N. $x^2 - x - 12 < 0$

O. $9x^2 + 2x + 7 < 0$

3. El perímetro de un jardín de forma rectangular corresponde a 80 m y el lado mayor es tres veces el lado menor. ¿Cuál es la longitud del lado menor?

____

____

____

____

4. Para toda circunferencia se cumple: el diámetro es el doble del radio. Para una circunferencia cuyo diámetro equivale a 25 cm ¿Cuál es el valor del radio?

____

____

____

____

5. Mi hermano mayor tiene el doble de mi edad. Cuando yo tenía 5 años, mi papá me regalo un perrito recién nacido que ahora tiene 2 años. ¿Cuál es la edad de mi hermano mayor?

6. Para un triángulo isósceles, la relación entre dos de sus ángulos es de 1:4. ¿Cuánto miden sus tres ángulos? (dos soluciones).

7. Un coche sale de una ciudad a 50 km/h, al cabo de una hora otro vehículo sale de la misma ciudad con una velocidad de 60 km/h. si viajan en línea recta e igual rumbo, ¿Cuál es el tiempo necesario para que los dos coches se encuentren, medido desde la salida del segundo automóvil?

8. ¿Cuáles son las dimensiones de un rectángulo cuyo perímetro equivale a 22 cm, y su base es 5 cm mayor que su altura?

RESPONDA LAS PREGUNTAS 9 Y 10 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE AFIRMACIÓN

Una empresa vende cierto artículo a $ 6.000 cada uno. Gasta en materia prima y mano de obra por cada producto $ 4.000. Además de esto, tiene costos fijos mensuales de $ 1.500.000.

9. Encuentre la expresión que define las ganancias de la empresa por la fabricación y venta de todos los artículos producidos.

10. Encuentre el número de unidades que debería producir y vender para obtener una utilidad de al menos $ 10.000.000 mensuales.

11. Sea la función $y = \sqrt{x - 1}$, ¿cuál es el conjunto de valores que puede tomar la variable x para que la función exista?

12. Sea la función $y = x^2 + \sqrt{x - 2} + \frac{1}{x}$

¿Cuál es el conjunto de valores que puede tomar la variable x para que la función exista?

GUÍA Nº 2

REPRESENTACIÓN GRÁFICA Y ALGEBRAICA DE FUNCIONES.

Situación problema:

Una compañía produce camisetas que vende a $ 20.000 cada una; el material y la mano de obra para hacer una camiseta cuesta $ 16.000 y la compañía tiene costos fijos (impuestos, publicidad, entre otros) de $ 850.000.
¿Proponga una función que relacione la ganancia P a la hora de fabricar x camisas?

PARA RESOLVER EL PROBLEMA PROPUESTO DEBES CONOCER:

FUNCIÓN

Es una relación entre dos conjuntos, llamados dominio y contradominio. De tal manera, que a cada elemento del dominio le corresponda, un elemento del contradominio (Apolinar, 2010).

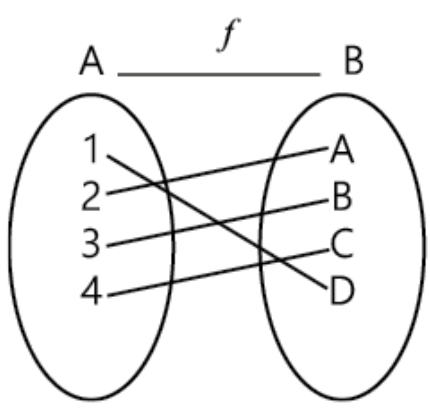


Imagen 1: ejemplo de una función

TIPOS DE FUNCIONES

A continuación se anexa un diagrama, donde se muestran los diferentes tipos de funciones y las gráficas que debes conocer.

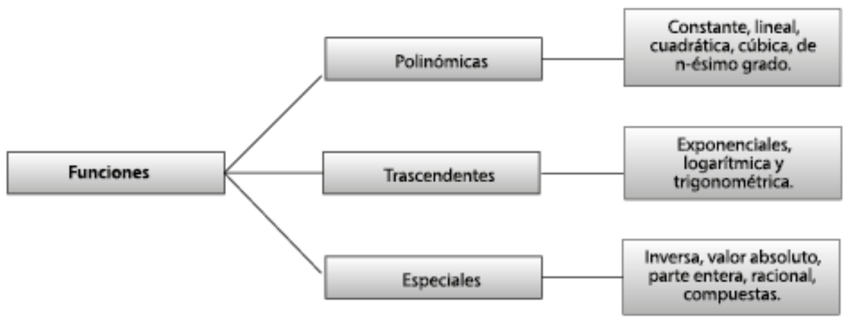


Imagen 2: tipos de funciones.

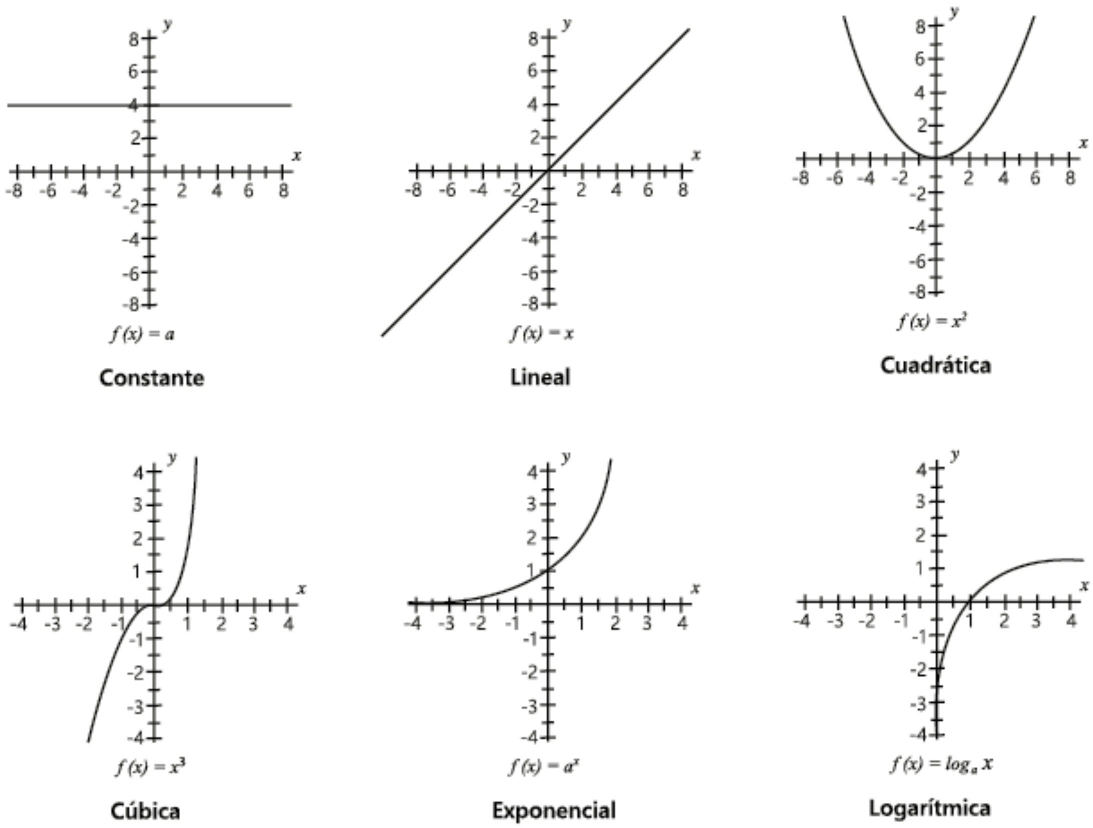


Imagen 3: graficas de funciones.

FUNCIONES CRECIENTES Y DECRECIENTES

Dada una función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, diremos que:

- f es estrictamente creciente en un intervalo (a, b) si para todo par de valores x_1, x_2 en dicho intervalo se cumple que si $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
- f es estrictamente decreciente en un intervalo (a, b) si para todo par de valores x_1, x_2 en dicho intervalo se cumple que si $x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

DOMINIO Y RANGO DE UNA FUNCIÓN

- El Dominio de una función, es el conjunto de valores que puede tomar la variable independiente. (ESPINOSA, 2005).
- Al conjunto de todas las imágenes se le conoce como Rango (ESPINOSA, 2005).

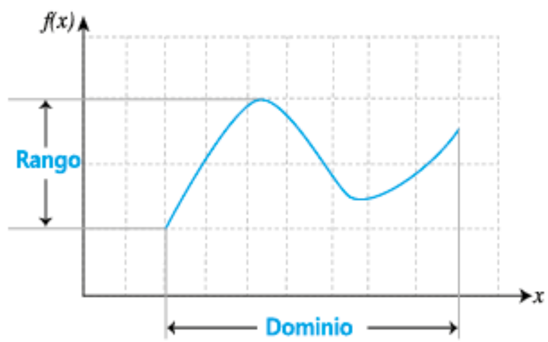


Imagen 4: dominio y rango de una función.

INTERCEPTO DE UNA FUNCIÓN CON LOS EJES COORDENADOS.

Para encontrar los puntos de intersección de una función $y = f(x)$ con los ejes coordenados se procede de la siguiente forma:

Interceptos

EJE Y
Evaluamos en la función $x = 0$ ($f(0)$)
despejamos el valor de y.
El intercepto con el eje de las Y corresponde a $(0, y)$

EJE X
$f(x) = 0$, encontramos el valor de x.
El intercepto con el eje de las X
corresponde a $(x, 0)$

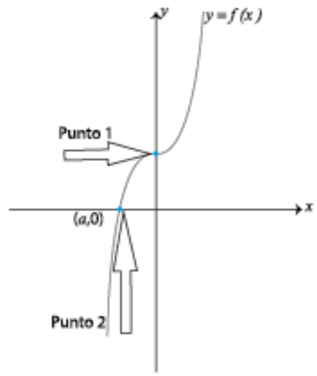


Imagen 5: intercepto con los ejes coordenados

OPERACIONES CON FUNCIONES

Sean dos funciones, $f(x)$ y $g(x)$. Definimos las siguientes operaciones:

Suma y Resta	$(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$
Producto	$(f \bullet g)(x) = f(x) \bullet g(x)$
Cociente	$(f/g)(x) = f(x)/g(x)$, $g(x) \neq 0$
Composición de funciones	$(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Tabla 2: operaciones entre funciones

TRANSFORMACIÓN DE FUNCIONES

Sea $y = f(x)$ una función cualquiera y k una constante mayor a 1. Las diferentes transformaciones que se le puede aplicar a f corresponde a (ver tabla 6):

FÓRMULA	EFECTO SOBRE LA GRÁFICA DE $y = f(x)$
$y = f(x) + k$	Desplazamiento vertical de la gráfica $y = f(x)$ k unidades hacia arriba.
$y = f(x) - k$	Desplazamiento vertical de la gráfica $y = f(x)$ k unidades hacia abajo.
$y = f(x - k)$	Desplazamiento horizontal de la gráfica $y = f(x)$ k unidades a la derecha.
$y = f(x + k)$	Desplazamiento horizontal de la gráfica $y = f(x)$ k unidades a la izquierda.
$y = f(-x)$	Refleja la gráfica $y = f(x)$ respecto al eje Y
$y = -f(x)$	Refleja la gráfica $y = f(x)$ respecto al eje X
$y = kf(x)$	Alarga verticalmente la gráfica de $y = f(x)$ por un factor k
$y = \frac{1}{k} f(x)$	Comprime verticalmente la gráfica $y = f(x)$ por un factor k
$y = f(kx)$	Comprime horizontalmente la gráfica $y = f(x)$ por un factor k
$y = f(k/x)$	Alarga horizontalmente la gráfica $y = f(x)$ por un factor k

Tabla 3: transformación de funciones

FUNCIONES PARES E IMPARES

- Una función f es par si cumple que $f(-x) = f(x)$ para toda x en el dominio de f. Las gráficas de las funciones pares son simétricas respecto al eje vertical.
- Una función f es impar si cumple que $f(-x) = -f(x)$ para toda x en el dominio de f. Las gráficas de las funciones impares son simétricas respecto al origen.

PREGUNTAS PROPUESTAS

1. En la imagen 6 se muestra un gráfico de espacio *VS* tiempo de un móvil al haber transcurrido 9 s. El movimiento se efectuó en tres tiempos iguales de tres segundos.

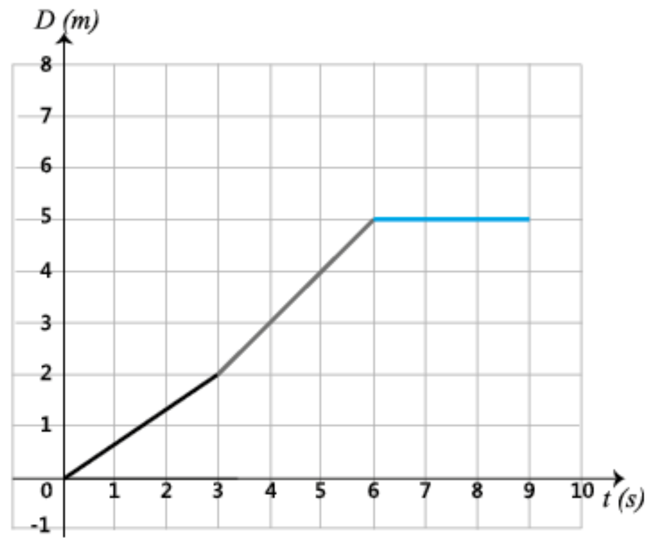


Imagen 6: grafico de espacio VS tiempo de un móvil.

¿Cuál es el dominio y el rango?

Solución:

Paso 1: Para conocer el dominio de la función, basta con mirar en el eje de las abscisas los valores para el cual la función exista. [0,9] s.

Paso 2: Para conocer el rango de la función, basta con mirar en el eje de las ordenadas los valores para los cuales la funcion exista. [0,5] m.

2. Sea la función $y = x^2 - 4$. Encontrar la gráfica de la función, dominio, rango, puntos de corte con los ejes coordenados y determinar si es par o impar.

Paso 1: Para generar la gráfica $y = x^2 - 4$ partimos de la funcion $y = x^2$. trasladandola 4 unidades hacia abajo como lo muestra la imagen 7.

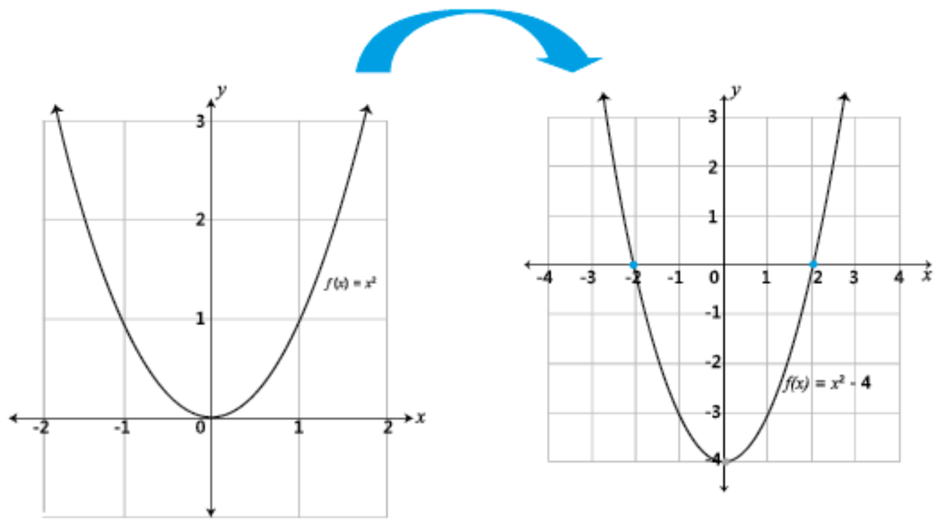


Imagen 7: traslación vertical de una función de segundo grado.

Paso 2: El dominio son todos los valores que puede tomar la variable x. En este caso, el dominio de la función son todos los números reales ($\mathbb{R}$) porque es una función cuadrática.

Paso 3: El rango son todos los valores que toma la variable y. Al observar la gráfica mostrada en la imagen 7 el rango de la función es el intervalo [-4, ∞).

Paso 4: Por ser una función cuadrática presenta dos puntos de corte con el eje de las x, (-2, 0) y (2, 0). Además corta al eje de las y en el punto (-4, 0).

Paso 5: Para conocer si la función es par o impar encontramos $f(-x)$ como se muestra a continuación:

$$f(-x) = (-x)^2 - 4 = x^2 - 4 = f(x)$$

Entonces, como $f(-x) = f(x)$ corresponde a una función par.

ACTIVIDAD FORMATIVA

13. El segundero de un reloj análogo avanza 6° cada segundo. Encuentre la función que expresa el ángulo girado $\theta(t)$ (en grados) en función del tiempo (en segundo).

____

14. El segundero de un reloj análogo avanza 6° cada segundo. Encuentre la gráfica que representa el ángulo girado $\theta(t)$ (en grados) en función del tiempo (en segundo).

15. La gráfica de la función $f(x) = (x - 3)(x + 2)$ corta al eje "X" en:

____

____

16. ¿En qué punto la función $f(x) = x^2 - 6x + 8$ intersecta al eje "Y"?

____

____

17. Determine el dominio de la siguiente función racional. $y = \dfrac{2x+3}{4-x}$

____

____

18. Considere las funciones:

Función 1: $f(x) = (3x - 2)/(x+6)$

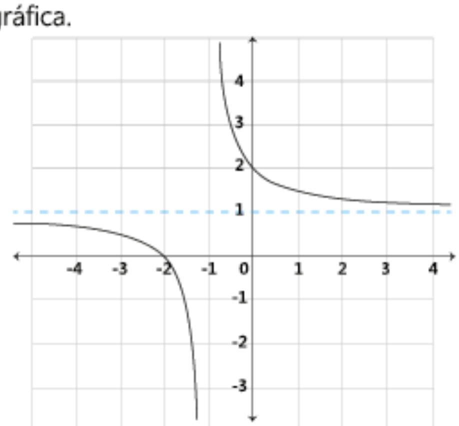
Función 2: $f(x) = (2x+1)/(x+2)$

A. Determine el dominio de la función 2.

B. Indica en qué punto se encuentra la asíntota vertical de la función 1.

C. Calcula los puntos de corte con los ejes de la función 1.

19. Comenta las características de la siguiente gráfica.



Recuerde que:

- El recorrido de una función corresponde al rango de esta.
- Asíntota: Recta a la que se aproxima continuamente la gráfica de una función.
- Si una función no es continua en un punto, se dice que la función tiene una discontinuidad en ese punto.

A. Dominio y recorrido.

B. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.

C. Corte con los ejes.

D. Asíntotas.

E. Discontinuidad.

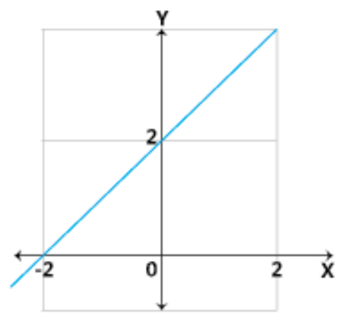
20. Asocie a cada una de las gráficas las expresiones analíticas correspondientes.

1). $y = (x+1)^2$ (_)

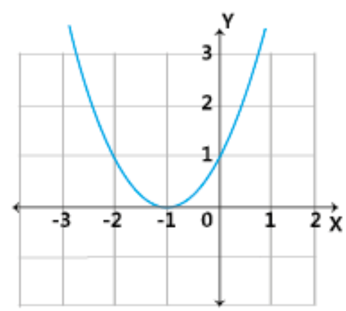
2). $y = -x^2 + 1$ (_)

3). $y = -x + 2$ (_)

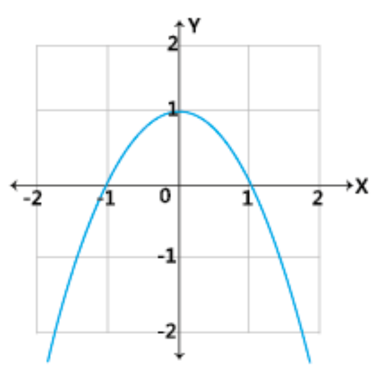
A.



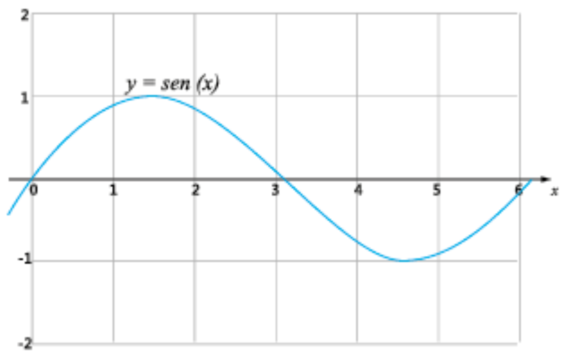
B.



C.



21. A partir de la gráfica de la función $y=$ sen (x) ,encontrar la gráfica y = 2 sen (x) -1



22. ¿Cuántos puntos de corte con el eje de las "Y" tiene la gráfica de la función $y=4\,sen\,(x)+1$ Y ¿Cuál es (son)?

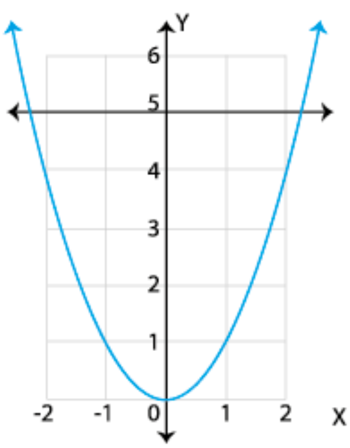
____

____

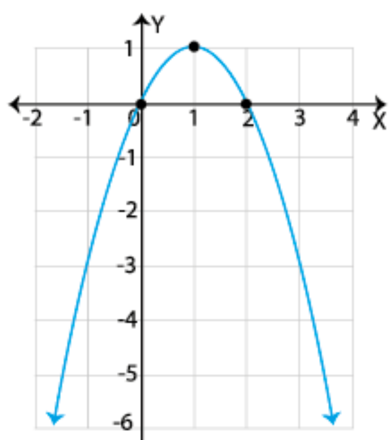
RESPONDA LAS PREGUNTAS 23 Y 24 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Un estudiante encontró la parábola de la gráfica 2, haciendo traslaciones y reflexiones.

$y = x^2$



Gráfica 1



Gráfica 2

23. Comente acerca de los procesos efectuados por el estudiante para llegar a la gráfica 2. ¿La gráfica 2 es par?

____

24. ¿Cuál es la ecuación que representa la gráfica 2? Encuentre el dominio y el recorrido.

____

GUÍA Nº 3

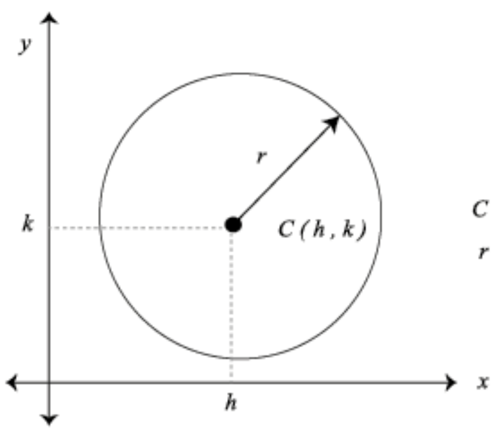
ECUACIONES DE LA CIRCUNFERENCIA Y PARÁBOLAS

Situación problema:

Un ciclista recorre una rotonda, de radio 25 metros, a una velocidad constante de 30 *Km/h*. ¿Cuál es la expresión que define el trayecto recorrido por dicho ciclista? (centro en (0,10)).

CIRCUNFERENCIA

Para establecer la ecuación de la circunferencia es necesario que conozcas las coordenadas del centro "$c\ (h, k)$" y el radio "r".



C = centro

r = radio

Ecuación en forma canónica:

Centro en el origen

$x^2 + y^2 = r^2$

Centro en el punto (h, k)

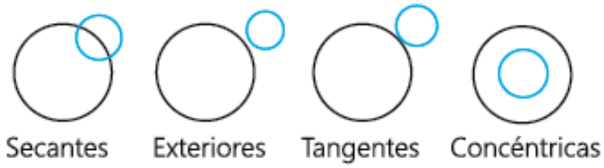
$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

Ecuación general

$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

Tienes que saber que:

- Dos circunferencias son concéntricas cuando comparten un mismo centro "**C**".
- Dos circunferencias son tangentes cuando tienen un solo punto de intersección.



PARÁBOLAS

La parábola es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto llamado foco (F) y de una recta fija llamada directriz (D), ambos contenidos en el mismo plano.

Elementos:

Los elementos presentes en una parábola son los mostrados en la imagen 8.

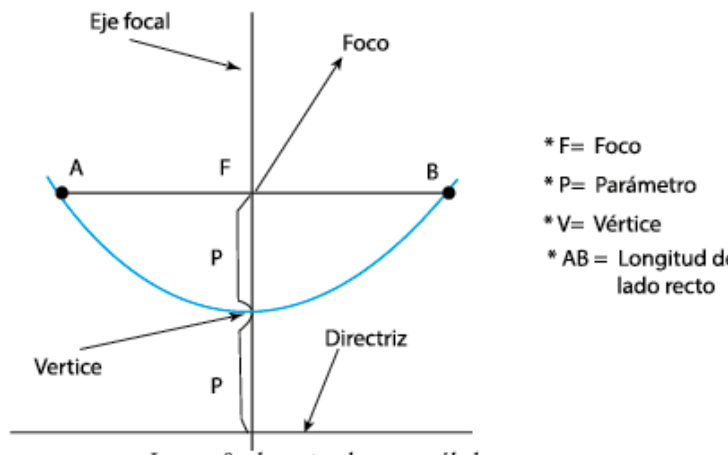


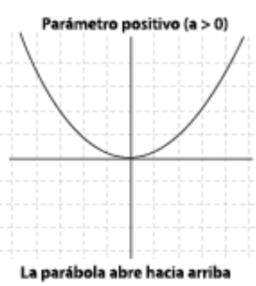
Imagen 8: elementos de una parábola

Tipos de parábolas:

Las parábolas pueden ser verticales u horizontales dependiendo hacia donde abren.

PARÁBOLAS HORIZONTALES

PARÁBOLAS VERTICALES



ECUACIONES APLICADAS

Al resolver parábolas, es de importancia establecer si corresponde a una parábola de eje focal vertical u horizontal (ver tabla 4).

Parámetros	Parábola de eje Vertical	Parábola de eje horizontal
Ecuación General	$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ $B = 0$ (sin rotación de ejes)	
	$Ax^2 + Dx + Ey + F = 0$	$Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$
Ecuación Canónica	$(x - h)^2 = \pm 4p(y - k)$	$(Y - k)^2 = \pm 4p(x - h)$
Coordenadas del Vértice	(h, k)	(h, k)
Coordenadas del Foco	$(h, k \pm p)$	$(h \pm p, k)$
Ecuación de la directriz	$y = k \pm p$	$x = h \pm p$

Tabla 4: ecuaciones para parábolas verticales u horizontales

PREGUNTAS PROPUESTAS

1. En el plano cartesiano mostrado en la imagen se muestra la recta L1 tangente a la circunferencia C1.

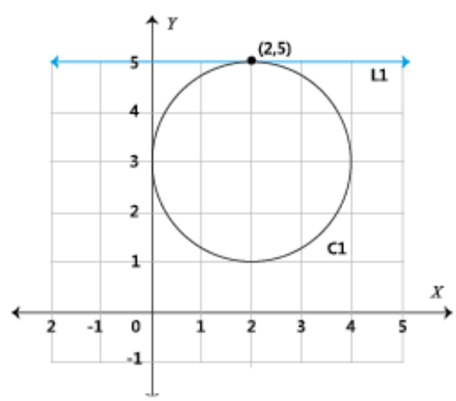


Imagen 9: línea y circunferencia

¿Cuál es la ecuación en forma canónica de la circunferencia? ¿Cuál es la ecuación de la recta L1?

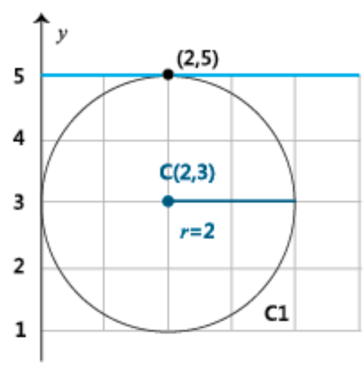
Solución:

Paso 1: Para conocer la ecuacion de la circunferencia C1, debemos conocer el centro y el radio de esta.

De la imagen 9 el centro de la circunferencia corresponde al punto C (2, 3) con radio $r = 2$. ($h = 2$; $k = 3$)

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 2^2$$



En conclusión, la ecuación que define la circunferencia mostrada en la imagen corresponde a: $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$

Paso 2: Al ver la gráfica, notamos que la recta L1 es horizontal.

La pendiente es nula. Para cualquier valor de "x" y=5

ACTIVIDAD FORMATIVA

25. ¿Cuantas circunferencias pueden ser concéntricas a la circunferencia de ecuación $y^2 + (x - 2)^2 = 1$

____

____

26. Escriba al frente de cada par de ecuaciones F1 y F2 la característica que corresponda (Tangentes, concéntricas, secante o no tienen punto en común).

A. F1 ($x = 0$); F2 [$(x - 1)^2 + (y + 1)^2 - 4 = 0$]
(____________________)

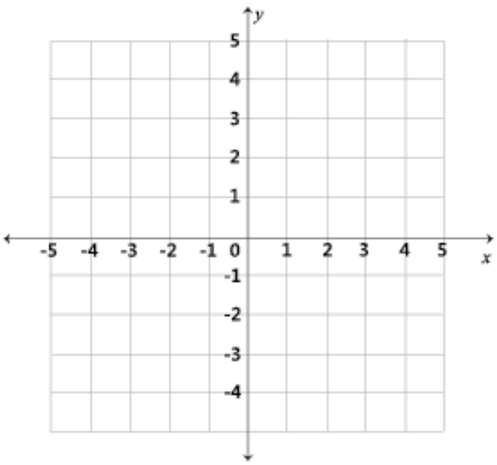
B. F1 ($y = 4$); F2 [$x^2 + (y - 1)^2 - 4 = 9$]
(____________________)

C. F1 [$4 = x^2 + (y + 10)^2$]; F2 [$(y + 10)^2 = 25 - x^2$]
(____________________)

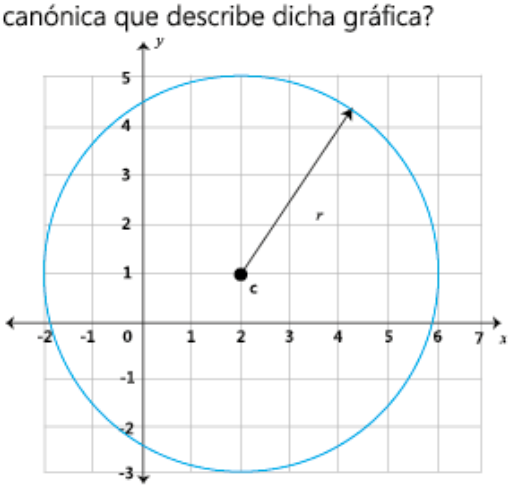
D. F1 [$x^2 + y^2 = 4$]; F2 [$(x - 6)^2 + y^2 = 16$]
(____________________)

E. F1 ($y = 0$); F2 [$x^2 + (y - a)^2 = r^2$; $r > 0$]
(____________________)

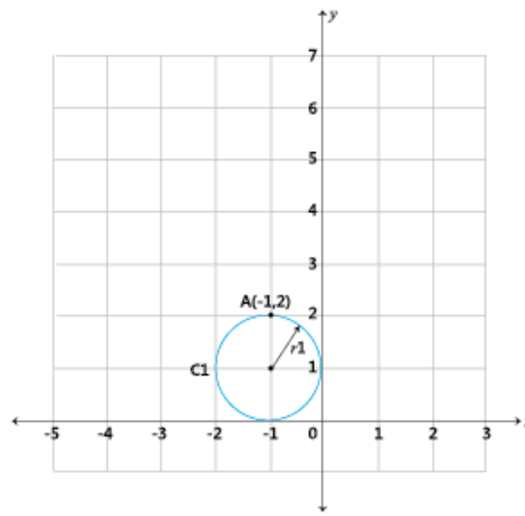
27. En el plano cartesiano, dibuje las gráficas que corresponden a las ecuaciones
$x^2 + y^2 = 25$ Y $x^2 = 9 - y^2$



28. En el plano cartesiano se ha dibujado una circunferencia. ¿Cuál es la ecuación en forma canónica que describe dicha gráfica?



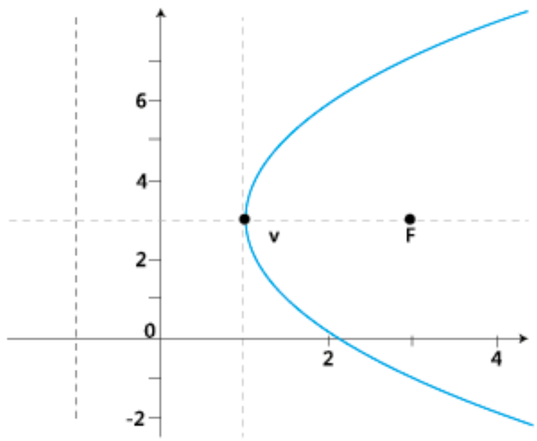
29. La circunferencia C1 con centro en punto (-1,1) es tangente en el punto (-1, 2) con una circunferencia C2 de diámetro 6. ¿Cuál es la ecuación en forma canónica de la circunferencia C2?



30. Una circunferencia de radio 3 situada en el primer cuadrante es tangente con los ejes coordenados. ¿Cuál es la ecuación en forma canónica de esta circunferencia?

31. ¿Cuál es la ecuación en forma general de la circunferencia $x^2 + (y - 1)^2 = 25$?

32. En el plano cartesiano se ha dibujado una parábola. ¿Cuál es la ecuación que la describe?



____
____
____
____

RESPONDA LAS PREGUNTAS 33 A LA 35 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Un niño juega en una rampa de patinaje que describe la forma de una parábola con foco en el punto (6, 2) y directriz que pasa por el punto (0,-2). El ancho de la pista de patinaje es 6 unidades? (la pista es simétrica respecto a la recta $x = 6$).

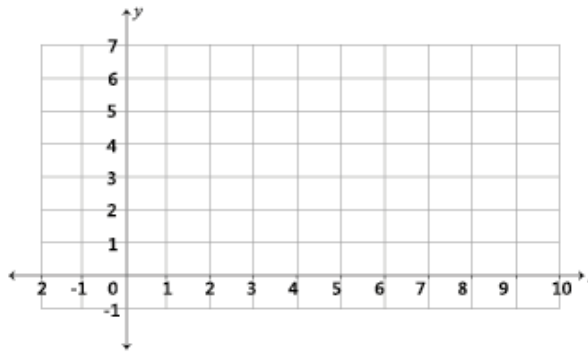
33. Cuáles son las coordenadas del vértice?

____
____
____
____

34. ¿Cuál es la ecuación que define el trayecto recorrido por el niño?

____
____
____
____

35. Realice un bosquejo en el plano del trayecto recorrido por el niño en la pista de patinaje.



36. Una parábola horizontal negativa con foco en el punto $(0, a)$ y parámetro a es tangente en su vértice con una circunferencia de radio r $(a > 0)$. ¿Cuál es la ecuación de dicha circunferencia?

____
____
____
____

MATEMÁTICAS

GUÍA Nº 4

FUNCIONES

Situación problema:

Pablo sale a dar un paseo caminando a 2 km/h. Un cuarto de hora más tarde sale a buscarlo su hermano que camina a 3 km/h. ¿Cuánto tardará en alcanzarlo?

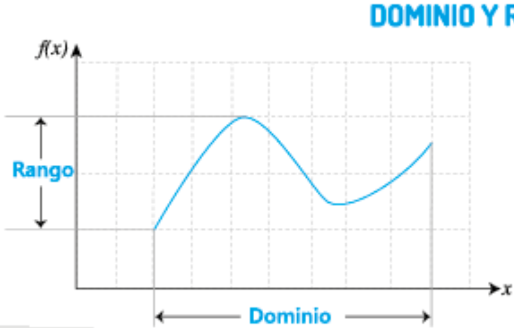
NUNCA OLVIDES QUE

PROPIEDADES DE LAS IGUALDADES Y DESIGUALDADES.

PROPIEDADES DE LAS IGUALDADES			
Suma	Resta	Multiplicación	División
Sea $a = b$, entonces $a + b = b + c$	Sea $a = b$, entonces $a - c = b - c$	Sea $a = b$, entonces $ac = bc$, $c \neq 0$	Sea $a = b$, entonces $a/c = b/c$, $c \neq 0$

PROPIEDADES DE LAS DESIGUALDADES			
Suma	Resta	Multiplicación	División
Sea $a < b$, entonces $a + c < b + c$	Sea $a < b$, entonces $a - c < b - c$	Sea $a < b$, entonces $ac < bc$, $c \neq 0$	Sea $a < b$, entonces $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$, c positivo $\neq 0$ $\frac{\mathrm{a}}{c} > \frac{b}{c}$, c negativo $\neq 0$

DOMINIO Y RANGO DE UNA FUNCIÓN



- El dominio son todos los valores que puede tomar la variable independiente.
- El rango son todos los valores que puede tomar la variable dependiente.

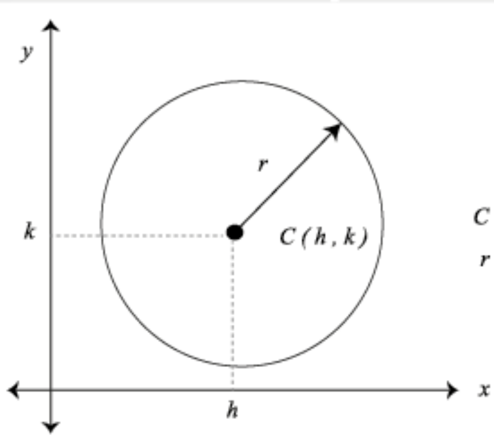
TRANSFORMACIÓN DE FUNCIONES

FORMULA	EFECTO SOBRE LA GRÁFICA DE $y = f(x)$
$y = f(x) + k$	Desplazamiento vertical de la gráfica $y = f(x)$ k unidades hacia arriba.
$y = f(x) - k$	Desplazamiento vertical de la gráfica $y = f(x)$ k unidades hacia abajo.
$y = f(x - k)$	Desplazamiento horizontal de la gráfica $y = f(x)$ k unidades a la derecha.
$y = f(x + k)$	Desplazamiento horizontal de la gráfica $y = f(x)$ k unidades a la izquierda.
$y = f(-x)$	Refleja la gráfica $y = f(x)$ respecto al eje Y
$y = -f(x)$	Refleja la gráfica $y = f(x)$ respecto al eje X

PARÁBOLAS Y CIRCUNFERENCIAS

Parámetros	Parábola de eje Vertical	Parábola de eje horizontal
Ecuación General	$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ $B = 0$ (sin rotación de ejes)	
	$Ax^2 + Dx + Ey + F = 0$	$Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$
Ecuación Canónica	$(x - h)^2 = \pm 4p(y - k)$	$(Y - k)^2 = \pm 4p(x - h)$
Coordenadas del Vértice	(h, k)	(h, k)
Coordenadas del Foco	$(h, k \pm p)$	$(h \pm p, k)$
Ecuación de la directriz	$y = k \pm p$	$x = h \pm p$

Tabla 5: ecuaciones para parábolas verticales u horizontales



C = centro
r = radio

Centro en el origen

$x^2 + y^2 = r^2$

Centro en el punto (h, k)

$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

Ecuación en forma canónica

Ecuación general

$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

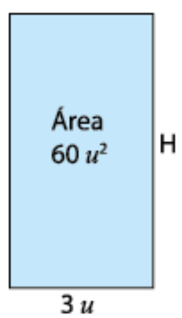
PREGUNTAS PROPUESTAS

1. La base de un rectángulo equivale a 3 unidades, si se conoce que el área de este equivale a 60 unidades cuadradas. ¿Cuál es el valor de la altura?

A. 20 u
B. 10 u
C. 5 u
D. 3 u

Solución:

Paso 1: En un dibujo colocar todos los datos proporcionados por el ejercicio y resolvemos.



Recordemos que el área de un rectángulo es base por altura, por ende tenemos que:

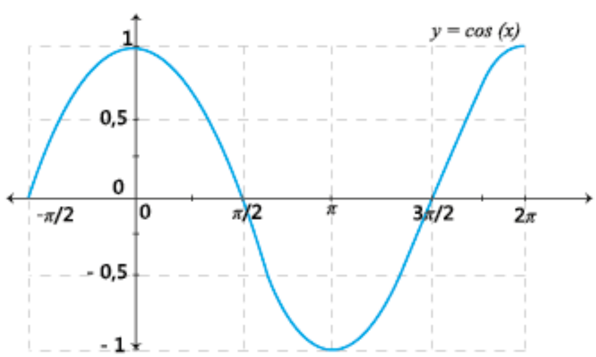
$$\text{Area} = 3(H) = 60$$
$$H = 20\ u$$

De este modo, la respuesta seria la OPCIÓN A.

ACTIVIDAD FORMATIVA

RESPONDA LAS PREGUNTAS 37 A LA 39 DE ACUERDO AL SIGUIENTE ENUNCIADO

Sea la función $y = \cos x$, con punto de corte en el eje de las "Y" (0, 1). Si se desplaza a, unidades hacia arriba($a > 0$).



37. ¿Cuál es la expresión que define esta nueva función?

A. $y = \cos(x + a)$
B. $y = \cos(x) + a$
C. $y = a \cdot \cos x$
D. $y = a$

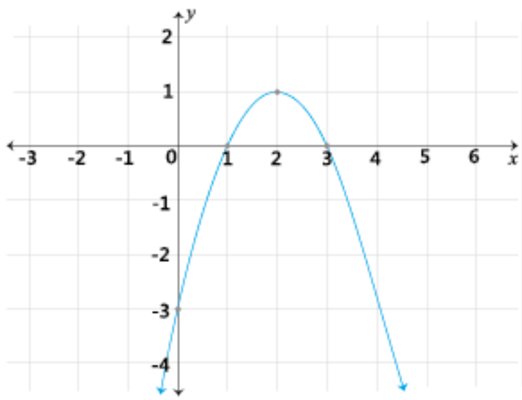
38. ¿Cuál es el nuevo punto de corte con el eje de las "Y"?

A. (0, 1)
B. (0, a)
C. (0, a + 1)
D. (a, 0)

39. Qué valor (es) debe tomar la constante a para que la función desplazada no tenga puntos de corte con el eje de las "X"

A. 2
B. 1
C. 0
D. $a > 2$

40. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones define la gráfica ilustrada en la imagen?



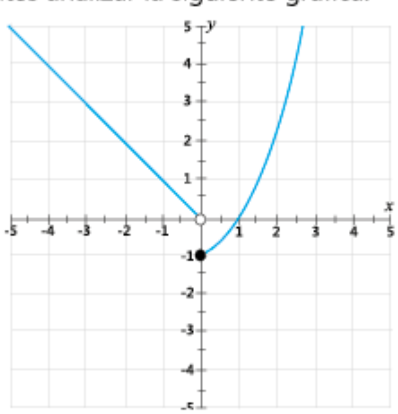
A. $y = (x - 2)^2 + 1$
B. $y = -(x + 2)^2 - 1$
C. $y = (x + 2)^2 + 1$
D. $y = -(x - 2)^2 + 1$

41. Una circunferencia con centro en el origen y radio 2, es desplazada dos unidades a la izquierda y una unidad hacia arriba. ¿Cuál es la ecuación canónica de esta circunferencia al efectuar estas trasformaciones?

A. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$
B. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 2$
C. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$
D. $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$

RESPONDA LAS PREGUNTAS 42 A LA 45 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Cierto docente de matemáticas les propone a los estudiantes analizar la siguiente gráfica:



42. ¿En qué punto la función es discontinua?

A. $x = 1$
B. $x = 3$
C. $y = -1$
D. $x = 0$

43. ¿Cuál es el dominio de la función?

A. $(-\infty, 0)$
B. $\mathbb{R}$
C. $(0, \infty)$
D. $\mathbb{R} - \{0\}$

44. ¿Cuál es el rango de la función?

A. $[-1, \infty)$
B. $(0, \infty)$
C. $[-1, -\infty)$
D. $\mathbb{R}$

45. ¿En qué intervalo la función es creciente?

A. $(-\infty, 0)$
B. $(0, \infty)$
C. $[-1, \infty)$
D. $\mathbb{R}$

RESPONDA LAS PREGUNTAS 46 Y 47 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Una compañía produce camisetas que vende a $ 20.000 cada una; el material y la mano de obra para hacer una camiseta cuesta $ 16.000 y la compañía tiene costos fijos (impuesto, publicidad, entre otros) de $ 850.000 anuales.

46. La ecuación que relaciona la ganancia P de la compañía para un año en que se producen y venden x camisetas es:

A. $P = 36.000x + 850.000x$
B. $P = 20.000x – 850.000$
C. $P = 4.000x – 850.000$
D. $P = 4.000x – 850.000x$

47. Si en un año se producen y se venden 2.000 camisetas solamente, podemos concluir que:

A. Hay una ganancia de $ 5.000.000
B. Hay una pérdida de $ 7.915.000
C. Hay una ganancia de $ 7.150.000
D. Hay una pérdida de $ 5.000.000

48. Sean las siguientes funciones $f(x) = x - 1$ y $g(x) = x + 2$; para todo X que pertenece a los reales. ¿Cuál es el dominio de la función compuesta $(f \circ g)(x)$?

A. Todos los números reales.
B. Todos los números naturales.
C. $(-\infty, 0)$
D. $(0, \infty)$

49. En la función lineal $3y = -6x + 1$, el valor de la pendiente es:

A. -6
B. -2
C. 2
D. 6

50. En la función lineal $3x + y - 5 = 0$, intercepta el eje y en el punto:

A. -5
B. 5
C. 3
D. -3

51. El área de un triángulo de base 3 cm corresponde a 6 cm^2 ¿Cuál es el valor de la hipotenusa de dicho triangulo?

A. 4
B. 5
C. 3
D. 6

52. En un triángulo isósceles, la suma de dos de sus ángulos corresponden al valor del tercer ángulo. ¿Cuáles son los ángulos de este triángulo?

A. 20°, 20° y 40°
B. 30°, 60° y 90°
C. 45°, 45° y 90°
D. 10°, 20° y 30°

53. El perímetro de un cuadrado equivale a 60 cm. ¿Cuál es el valor del área de esta figura?

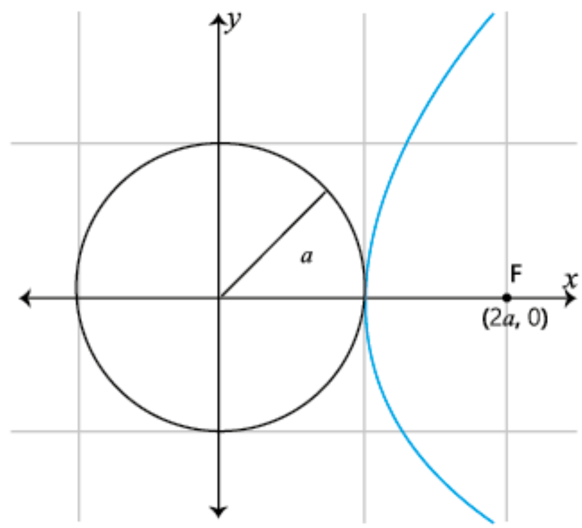
A. 15 cm^2
B. 225 cm^2
C. 100 cm^2
D. 200 cm^2

54. Una piscina de forma circular, con centro en el punto (0, 0) intercepta al eje "Y" en el punto (0, 2). ¿Cuál es la ecuación que define el borde circular de la piscina?

A. $y^2 = -x + 4$
B. $x^2 + y^2 = 2$
C. $y^2 = x^2 + 4$
D. $yx^2 = 4$

RESPONDA LAS PREGUNTAS 55 Y 56 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE AFIRMACIÓN

Una circunferencia de radio a con centro en el origen, es tangente a una parábola en su vértice. El foco de la parábola está ubicado en el punto $(2a, 0)$.



55. ¿Cuál es la ecuación que define la circunferencia?

A. $y^2 = -x^2 + a$
B. $x^2 + y^2 = a^2$
C. $y^2 = x^2 + a$
D. $yx^2 = a$

56. ¿Cuál es la ecuación que define la parábola?

A. $y^2 = 4a(x - a)$
B. $y^2 = -4a(x - a)$
C. $x^2 = 4a(y - a)$
D. $x^2 = -4a(y - a)$

MATEMÁTICAS

GUÍA Nº 5

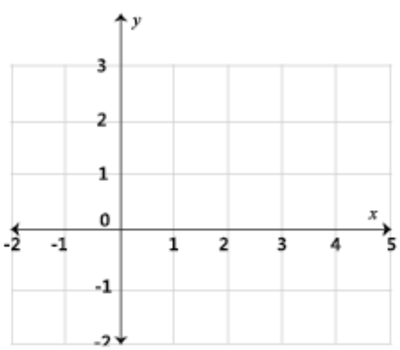
COORDENADAS CARTESIANAS, POLARES Y TRANSFORMACIONES EN EL PLANO

Situación problema:

Para ir al supermercado, una persona camina en línea recta 4 cuadras al norte y tres cuadras al este, si cada cuadra mide 50 metros. ¿Cuál es la distancia que separa a dicha persona del punto de partida?

SISTEMA CARTESIANO

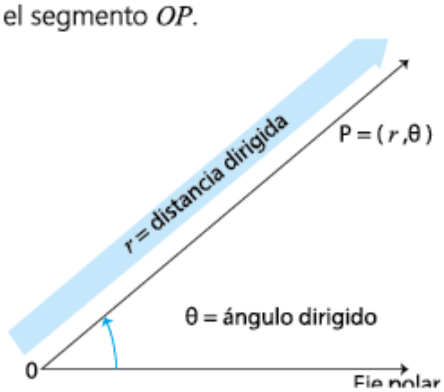
Dos rectas graduadas se cortan perpendicularmente en un punto llamado origen.



Abscisas: eje horizontal.
Ordenadas: eje vertical.
Punto: aquel con coordenadas (x, y)
Origen: corresponde al punto (0, 0)

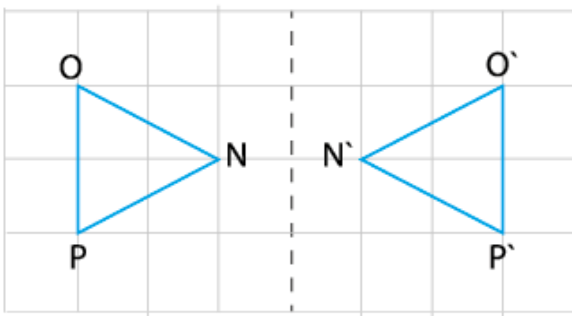
SISTEMA POLAR

A cada punto $P(x, y)$ se le puede asignar coordenadas polares (r, θ). Donde r, corresponde a la magnitud medida desde el origen hasta P. Por otro lado, θ es el ángulo dirigido en sentido contrario a las manecillas del reloj desde el eje polar hasta el segmento OP.

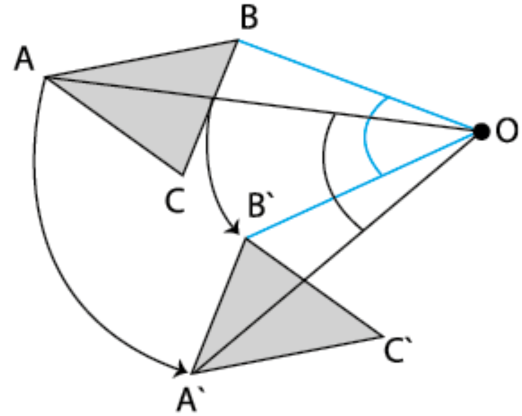


TRANSFORMACIONES EN EL PLANO

Reflexión: Una reflexión también puede llamarse simetría, en esta, a cada punto de la figura base se le asocia un punto llamado imagen, de tal manera que estos dos puntos están ubicados a igual distancia de una línea llamada eje reflexión.



Rotación: En la rotación, todos los puntos se mueven tomando como referencia un punto llamado centro.



PREGUNTAS PROPUESTAS

1. Los puntos P1 (1, 1) y P2 (1, 5) corresponden a los vértices de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa tiene un valor equivalente a 5 unidades. ¿Cuál de los siguientes puntos corresponden al tercer vértice?

A. (3, 1)
B. (5, 5)
C. (-2, 5)
D. (3, 3)

Solución:

Paso 1: Dibujar en el plano cartesiano los puntos P1, P2.

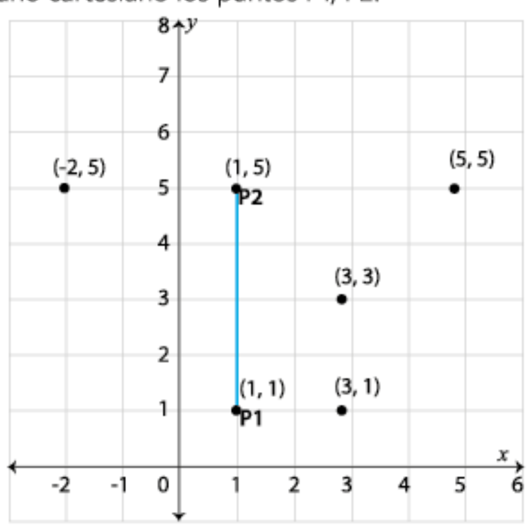
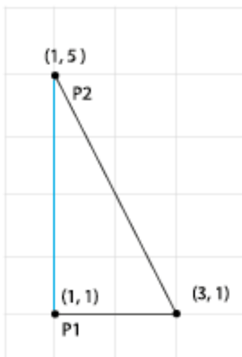


Imagen 10: puntos en el plano cartesiano.

Paso 2: Descartar opciones apartir del diagrama.

- Observamos que el punto (3, 3) no puede ser P3. Pues, al unir los puntos (1, 1), (1, 5) y (3, 3) no se genera un triángulo rectángulo.

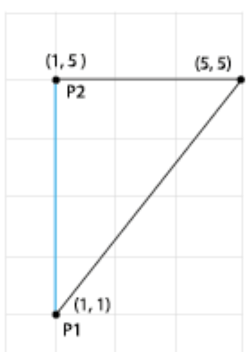
Paso 3: Veamos, que pasa con la opción A (unir los puntos (1, 1), (1, 5) y (3, 1)).



Al unir los puntos (1,1), (1, 5) y (3, 1) se forma un triángulo rectángulo. Donde el valor de la hipotenusa está dado por la expresión:

$$h = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \neq 5$$

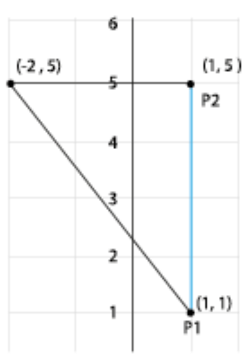
Paso 4: Veamos que pasa con la opción B (unir los puntos (1, 1), (1, 5) y (5, 5))



Al unir los puntos (1, 1), (1, 5) y (5, 5) se forma un triángulo rectángulo. Donde el valor de la hipotenusa está dado por la expresión:

$$h = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{2(4)^2} = 4\sqrt{2} \neq 5$$

Paso 5: Veamos que pasa con la opción B (unir los puntos (1, 1), (1, 5) y (-2, 5))



Al unir los puntos (1, 1), (1, 5) y (-2, 5) se forma un triángulo rectángulo. Donde el valor de la hipotenusa está dado por la expresión:

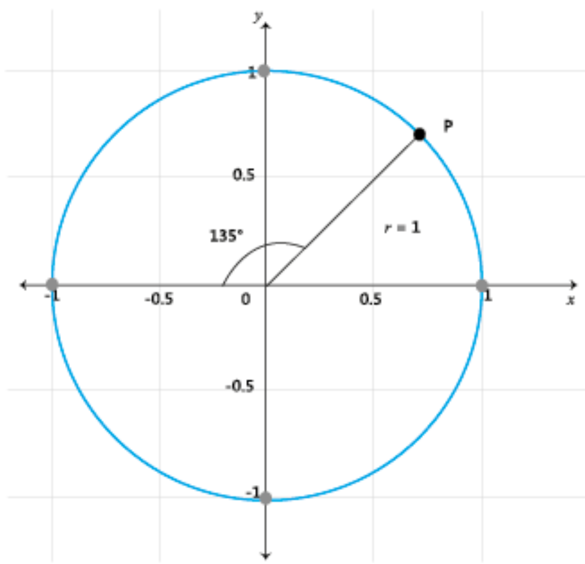
$$h = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

La respuesta correcta corresponde a la **OPCIÓN C.**

ACTIVIDAD FORMATIVA

RESPONDA LAS PREGUNTAS 57 A LA 59 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Una circunferencia de radio 1 con centro en el origen es graficada en el plano cartesiano con las siguientes características:



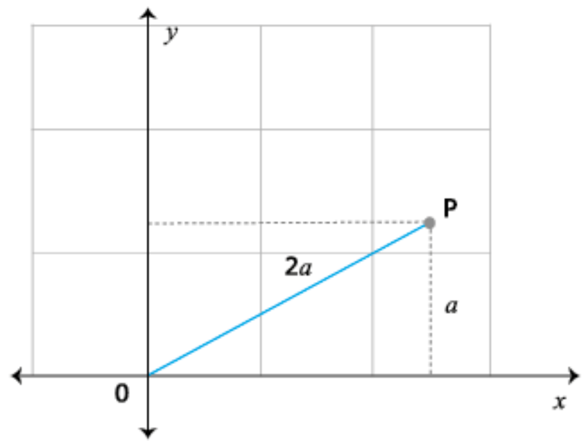
57. ¿Cuál es la coordenada polar del punto P?

58. ¿Cuál es la coordenada cartesiana del punto **P**?

59. ¿Cuál es la coordenada cartesiana del punto **M** resultado de la reflexión del punto P respecto al eje vertical?

RESPONDA LAS PREGUNTAS 60 A LA 63 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

El punto **P** ubicado en el plano cartesiano tiene las características descrita en la imagen.



60. ¿Cuál es la coordenada cartesiana del punto **P**?

61. ¿Cuál es la coordenada polar del punto **P**?

62. El punto P se ha trasladado a unidades hacia arriba y $2a$ unidades hacia la derecha. ¿Cuál es la coordenada cartesiana del punto $´P$ al finalizar estas traslaciones?

63. Cuál es el perímetro de un rectángulo cuyos vértices se localizan en los puntos (1, 1), (1, 5), (7, 5) y (7, 1)

RESPONDA LAS PREGUNTAS DE LA 64 Y 65 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Un triángulo equilátero tiene dos de sus vértices V1 y V2 sobre el eje vertical positivo, V1 se encuentra situado en (0,1). El tercer vértice V3 se encuentra dispuesto en el primer cuadrante a una distancia de 6 cm de cada uno de los vértices V1 y V2.

64. ¿Cuáles son las coordenadas cartesianas y polares del vértice 2?

____

____

____

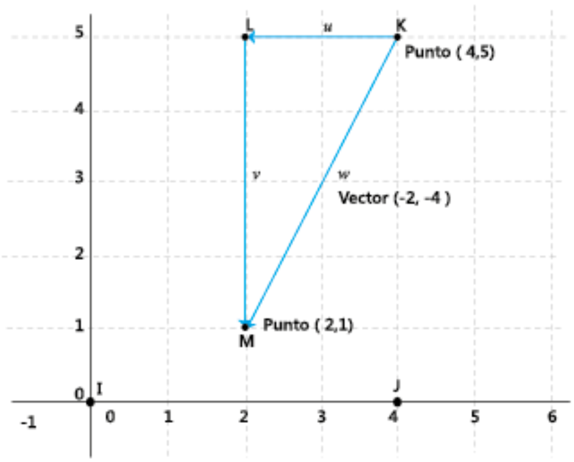
65. ¿Cuáles son las coordenadas cartesianas del vértice 3?

____

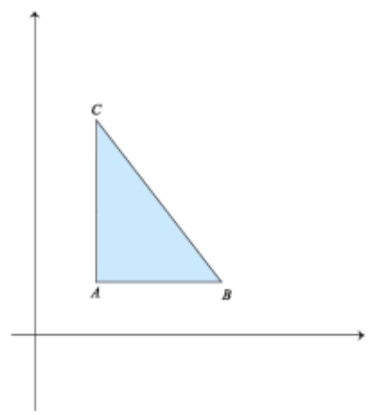
____

____

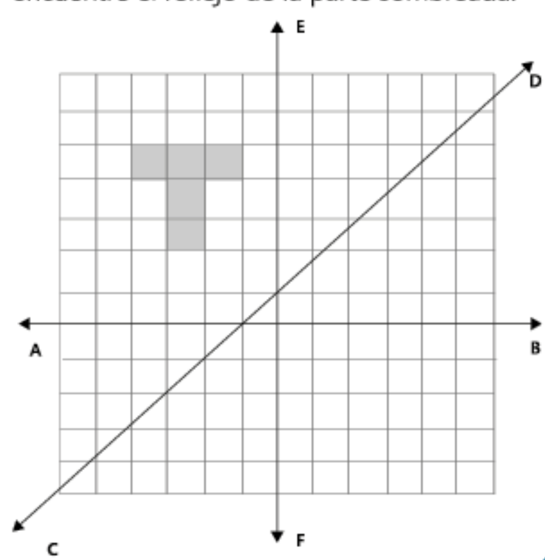
66. ¿Refleje el triángulo LKM respecto al eje horizontal?



67. Tomando como eje de rotación el punto A rote la figura 90° en sentido horario.



68. Tomando como eje de reflexión la línea CD, encuentre el reflejo de la parte sombreada.



MATEMÁTICAS

GUÍA Nº 6

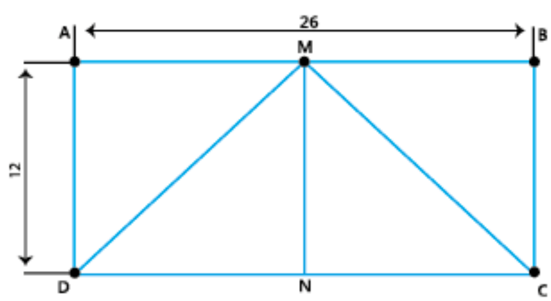
RELACIONES DE CONGRUENCIA Y SEMEJANZA

Situación problema:

En la siguiente ilustración muestra el rectángulo ABCD. Donde, M y N corresponden a los puntos medios de los segmentos AB y DC respectivamente.

SISTEMA CARTESIANO

Dos rectas graduadas se cortan perpendicularmente en un punto llamado origen.



- ¿El triángulo ΔADM es semejante al triángulo ΔMNC?
- ¿Las distancias MN y MB son congruentes?
- ¿El triángulo ΔDMC es equilátero?
- ¿El triángulo MCB es isósceles?

Al comparar triángulos encontramos casos en que sus ángulos son iguales y sus lados son proporcionales. A estos tipos de triángulos se le llaman semejantes.

CRITERIOS DE SEMEJANZA DE TRIANGULO

Existen tres criterios para definir los triángulos semejantes y se muestran en la imagen 11.

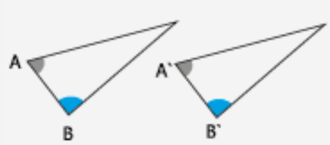
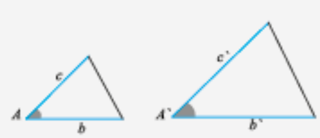
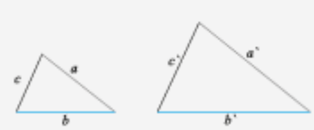
1° Criterio	2° Criterio	3° Criterio
Dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos iguales.	Dos triángulos son semejantes si tienen un ángulo igual y los lados que los forman son proporcionales.	Dos triángulos son semejantes si tienen sus tres lados proporcionales.
 $A = A`$ y $B = B`$	 $A = A`$ y $\frac{b`}{b} = \frac{c`}{c}$	 $\frac{a`}{a} = \frac{b`}{b} = \frac{c`}{c}$

Imagen 11: criterios de semejanza de triángulos

TRIÁNGULOS CONGRUENTES

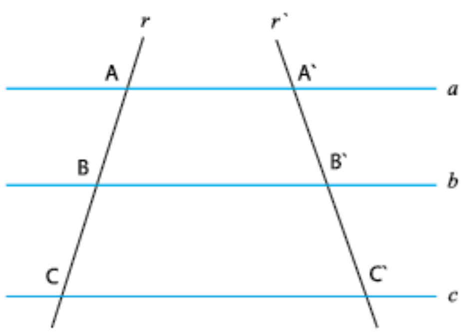
Dos rectas graduadas se cortan perpendicularmente en un punto llamado origen.

CRITERIOS DE CONGRUENCIA	
	**LAL (Lado, Ángulo, Lado):** Dos triángulos son congruentes si dos lados de uno tienen la misma longitud que dos lados del otro triángulo, y los ángulos comprendidos entre esos lados tienen también la misma medida.
	**ALA (Ángulo, Lado, Ángulo):** Dos triángulos son congruentes si dos ángulos interiores y el lado comprendido entre ellos tienen la misma medida y longitud, respectivamente, (El lado comprendido entre dos ángulos es el lado común a ellos).
	**LLL (Lado, Lado, Lado):** Dos triángulos son congruentes si cada lado de un triángulo tiene la misma longitud que los correspondientes del otro triángulo.

TABLA 6: criterios de congruencia de triángulos.

TEOREMA DE THALES

Si dos o más rectas paralelas(a, b y c) son cortadas por dos líneas cualquieras (r y $r`$), se cumple que:



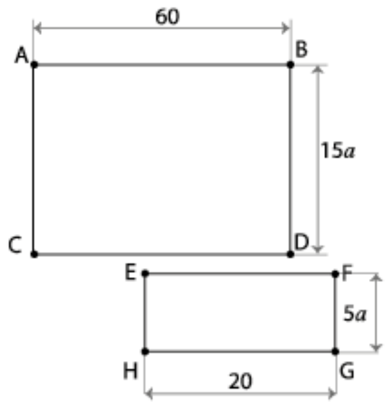
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

Imagen 12: teorema de thales

PREGUNTAS PROPUESTAS

RESPONDA LAS PREGUNTAS 1 Y 2 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Se tienen dos rectángulos ABCD y EFGH con las medidas mostradas en la imagen donde a corresponde a un número natural.



1. Al ver los dos rectángulos, un estudiante afirma: los rectángulos ABCD y EFGH son semejantes, pues todos los ángulos internos miden 90° ¿Qué opinas acerca de esta afirmación?

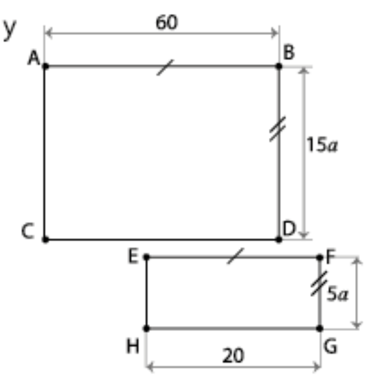
Solución:

Paso 1: Recuerde que, dos figuras geométricas son semejantes, sí y solo sí, sus lados son proporcionales esto es:

$$\frac{AB}{EF} = \frac{BD}{FG} = 3$$

En conclusión, el estudiante falla en decir que la semejanza se da debido a que los ángulos internos corresponden a 90°. Esto no es criterio suficiente para establecer semejanza de dos rectángulos.

2. Ángela afirma: la relación entre los lados de los rectángulos EFGH y ABCD corresponde a 1:3. ¿Qué opinas acerca de esto?



Solución:

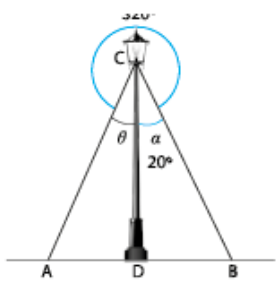
Paso 1: Del ejercicio anterior, se concluyó que los dos rectángulos son semejantes.

HG : AB
20 : 60
1 : 3

En conclusión, la afirmacion de Ángela es correcta.

ACTIVIDAD FORMATIVA

69. Un farol está sujeta por dos líneas metálicas para evitar algún tipo de falla. Como se muestra en la siguiente imagen. De las afirmaciones establezca cuál es verdadera y cuál es falsa. Justifique su respuesta.



A. El triángulo ΔACD es semejante al triangulo ΔBCD. ______________________

____

B. El ángulo B corresponde a 70° y el ángulo A es equivalente a 60°. ______________

____

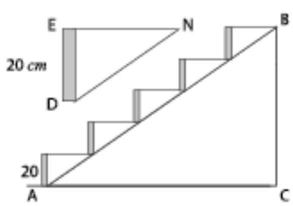
C. El triángulo ΔACD es congruente al triangulo ΔBCD. ______________________

____

D. El triángulo ΔACB corresponde a un triángulo equilátero.__________________

____

RESPONDA LAS PREGUNTAS DE LA 70 A LA 72 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN



Una escalera para un segundo piso de un apartamento tiene el plano mostrado en la imagen.

El triángulo isósceles ΔDEN corresponde a la vista de sección de uno de los escalones.

70. ¿El triángulo ΔDEN es semejante al triangulo ΔABC? Justifique su respuesta.

____

____

71. ¿Cuál es la razón entre el lado BC y DE?

____

____

____

____

72. Andrea afirma que la relación entre DE y AB corresponde a 1:10 por los catetos presentes en los triángulos ¿Qué opinas acerca de esto?

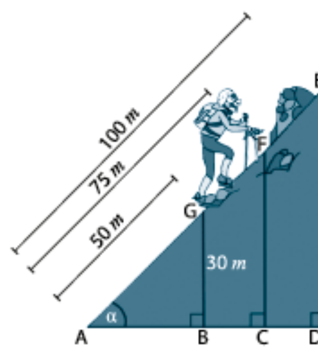
____

____

____

____

RESPONDA LAS PREGUNTAS DE LA 73 A LA 76 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN



El Monte Everest es la montaña más alta del planeta Tierra, con una altura aproximada de 9.000 metros (29.527 *ft*) sobre el nivel del mar. Está localizada en la cordillera de Mahalangur Himal, en el continente asiático. Un alpinista parte desde el punto A (nivel del mar) con una inclinación constante en todo su trayecto. Al haber recorrido 500m su altura corresponde a 400 m. como lo muestra la imagen. (En todo el trayecto la inclinación es igual).

73. ¿Qué longitud debe caminar el alpinista para llegar a la altura máxima del monte Everest?

____

____

____

____

74. El alpinista toma como reposo el punto E. ¿A qué altura sobre el nivel del mar se encuentra?

____

____

____

____

75. Al haberse desplazado horizontalmente 80 m. ¿Cuál es la distancia recorrida?

____

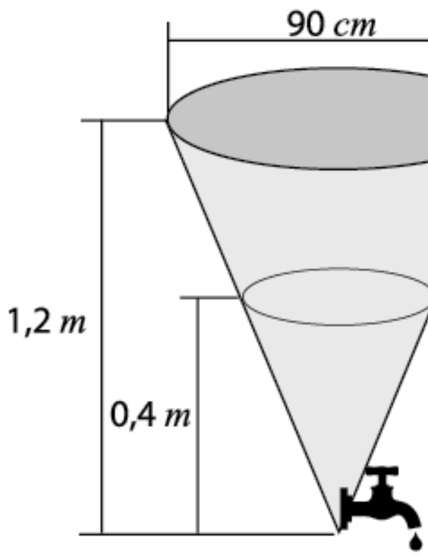
____

76. Si el alpinista recorre 1 Km por día debido a la inclinación. ¿Cuántos días son necesarios para llegar a la cima?

____

____

RESPONDA LAS PREGUNTAS 77 Y 78 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN



En un proyecto ambiental, se planea la construcción de un tanque elevado en forma de cono circular recto con las dimensiones que se muestran en la figura. Los elementos a emplear en su fabricación corresponden a PET reutilizado.

77. Cuando el nivel del agua en el tanque ha adquirido una altura de 0,4 m, medida desde la base del cono. ¿Cuál es el valor del radio?

____

____

____

____

78. En un proceso de llenado, Andrés mide con una cinta métrica la columna de agua. Observa que hace falta 20 cm para llegar al borde superior. ¿Cuál es el diámetro en ese instante de la superficie de agua?

____

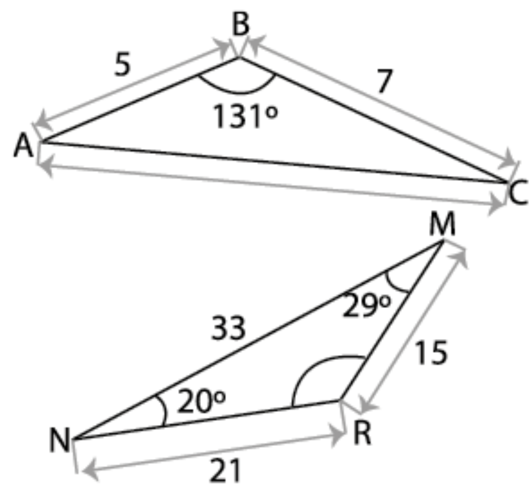
____

____

____

RESPONDA LAS PREGUNTAS 79 Y 80 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Sean dos triángulos ΔABC y ΔNMR con las medidas mostradas en la figura.



79. ¿Cuál es el valor del ángulo A y C respectivamente? Y ¿A cuánto equivale la distancia AC?

____

____

____

____

80. ¿Cuál es la razón entre el triángulo ΔNMR y ΔABC?

____

____

____

____

MATEMÁTICAS

GUÍA Nº 7

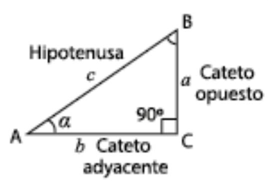
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS Y TEOREMAS DEL SENO Y COSENO

Situación problema:

De la estación de tricentenario parten dos trenes, uno hacia el centro con una velocidad de 80 *Km/h* y el otro hacia San Javier por la vía de reparaciones con una velocidad de 60 *Km/h*. Si se sabe que el ángulo entre las vías es de 60° y los trenes viajan en línea recta, entonces: **¿Qué distancia separa a los dos trenes después de media hora de viaje?**

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS Y TEOREMA DE PITÁGORAS

Las tres razones trigonométricas básicas se conocen como seno, coseno y tangente. Estas se aplican generalmente para triángulos rectángulos. Definamos cada una de ellas.



Teorema de Pitágoras

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Razones trigonométricas

$$sen\ \alpha = \frac{C_o}{h};\ cos\ \alpha = \frac{C_a}{h};\ tan\ \alpha = \frac{C_o}{C_a}$$

$$cot\ \alpha = \frac{C_a}{C_o};\ sec\ \alpha = \frac{h}{C_a};\ csc\ \alpha = \frac{h}{C_o}$$

$s\ \frac{o}{h}\ c\ \frac{a}{h}\ t\ \frac{o}{a}$

Ángulos especiales

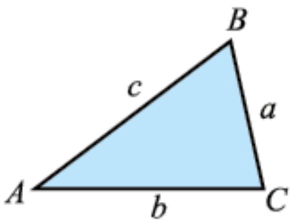
	0º	30º	45º	60º	90º	120º	135º
sen α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
tg α	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	-1

Identidades básicas

Relaciones recíprocas	Relaciones cocientes	Relaciones pitagóras
$csc\ \theta = \frac{1}{sen\ \theta}$	$tan\ \theta = \frac{sen\ \theta}{cos\ \theta}$	$sen^2\ \theta + cos^2\ \theta = 1$
$sec\ \theta = \frac{1}{cos\ \theta}$	$cot\ \theta = \frac{cos\ \theta}{sen\ \theta}$	$1 + tan^2\ \theta = sec^2\ \theta$
$cot\ \theta = \frac{1}{tan\ \theta}$		$1 + cot^2\ \theta = csc^2\ \theta$

Imagen 14: RazonesTrigonométricas y Teorema de Pitágoras

TEOREMA DEL SENO Y DEL COSENO



Teorema del Coseno

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

Teorema del Seno

$$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C}$$

Imagen 15: teorema del seno y del coseno

PREGUNTAS PROPUESTAS

1. En la figura se presenta una antena de radio que está sujeta con cables de acero. ¿Qué expresión matemática permite determinar la longitud del cable "b"?

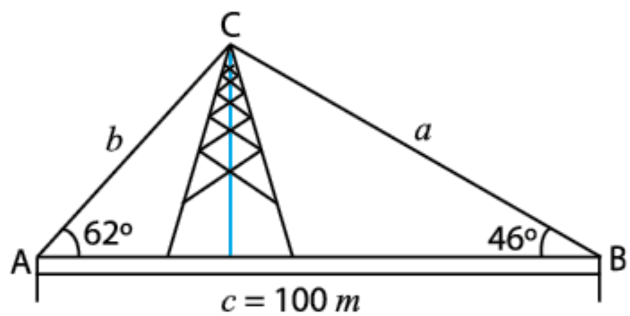
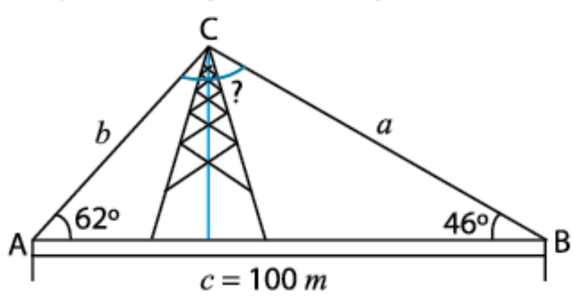


Imagen 16: antena de radio sujeta con cables de acero

Paso 1: Para darle solución al interrogante recurriremos al uso del teorema del seno. Debemos completar los angulos del triangulo ABC.



$$\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C = 180^\circ$$
$$62^\circ + 46^\circ + \sphericalangle C = 180^\circ$$
$$\sphericalangle C = 72^\circ$$

Paso 2: Aplicamos el teorema del seno, analizando los valores conocidos.

$$\frac{b}{\text{sen (B)}} = \frac{c}{\text{sen (C)}} \qquad \frac{b}{\text{sen } (46^\circ)} = \frac{100\ m}{\text{sen } (72^\circ)}$$

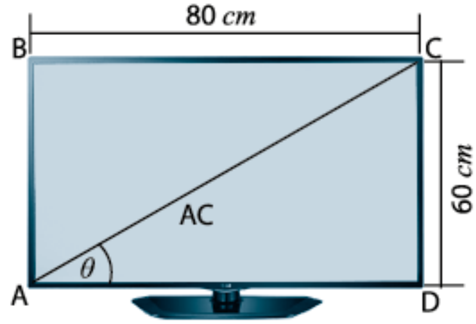
Ahora bien, la expresión matemática que permite determinar la longitud del cable "b" corresponde a:

$$b = \frac{100\ m}{\text{sen } (72^\circ)} \text{ sen } (46^\circ)$$

ACTIVIDAD FORMATIVA

RESPONDA LAS PREGUNTAS 81 Y 82 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Algunas pantallas de los computadores presentan las dimensiones descritas en la siguiente imagen.

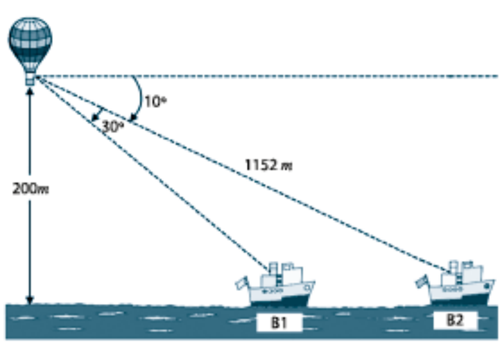


81. ¿Qué razón trigonométrica nos permite conocer el ángulo de inclinación θ? Utilizando solo las medidas mostrada en la imagen.

82. ¿Cuál es la medida de la diagonal AC?

RESPONDA LAS PREGUNTAS 83 A LA 86 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Un joven se encuentra suspendido en el aire, en un globo, a una altura de 200 m sobre el nivel del mar. Observa dos embarcaciones B1 y B2 con un ángulo de 40° y 10° respectivamente.



83. ¿Cuál es la expresión que permite determinar la longitud existente entre el globo y el barco B1?, encuentre dicho valor.

84. ¿Cuál es la expresión que permite determinar la longitud existente entre el globo y el barco B2?

85. Encuentre una expresión que defina la distancia entre el barco 1 y el barco 2.

86. Los lados de un triángulo equilátero miden 20 cm. ¿Cuál es la altura de este triángulo?

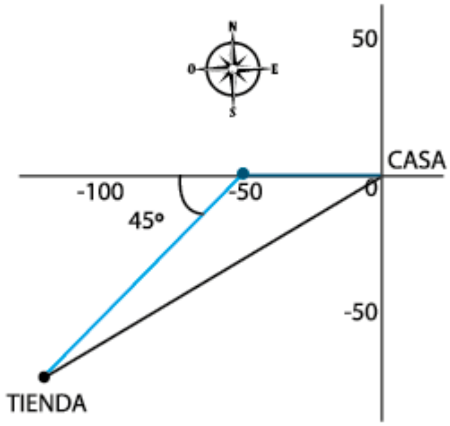
RESPONDA LAS PREGUNTAS DE LA 87 Y 88 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Un juego consiste en orientar a una persona que tiene los ojos vendados. Ana, comienza la partida dejándose guiar por Juan, Juan debe dar las indicaciones exactas para llegar a un punto en específico y le dice a Ana que camine 5 pasos al frente, gire 90° sentido horario, luego tres pasos más al frente y por último que gire 90° sentido horario.

87. ¿Cuántos pasos aproximados separa a Ana del punto de partida?

88. Después de haber efectuado todas las indicaciones hechas por juan, ¿cuál es la expresión que determina el ángulo que debe girar Ana para llegar en línea recta al punto de partida?

89. María realiza el siguiente recorrido para llegar a la tienda del señor Miguel: 50 m al oeste y 100 m al sur-oeste con un ángulo de 45° como se muestra en la ilustración.

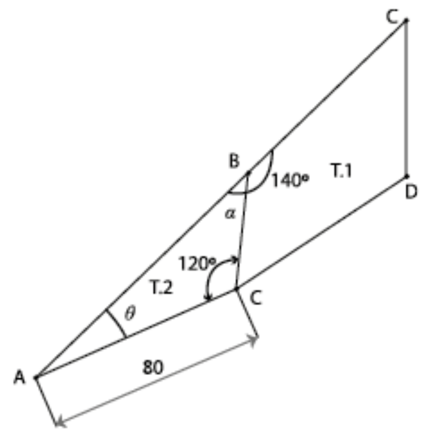


A. ¿Qué ecuación representa la distancia que separa la casa de María con la tienda del sr. Miguel? ____________________

B. Dé un valor aproximado de dicha distancia. ____________________

RESPONDA LAS PREGUNTAS DE LA 90 A LA 92 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Para delimitar dos terrenos T.1 y T.2, un topógrafo realizó el siguiente plano.



90. Con la información suministrada, ¿Es posible determinar la longitud AB? Justifique su respuesta.

91. ¿Cuál es el valor del ángulo α y θ respectivamente?

92. Encuentre una expresión matemática que defina la longitud BC.

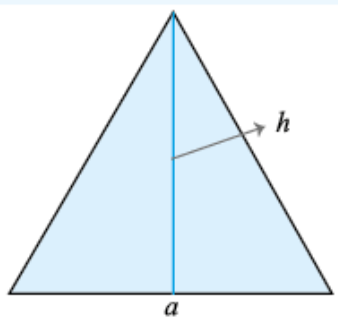
MATEMÁTICAS

GUÍA Nº 8

ELEMENTOS DE GEOMETRÍA

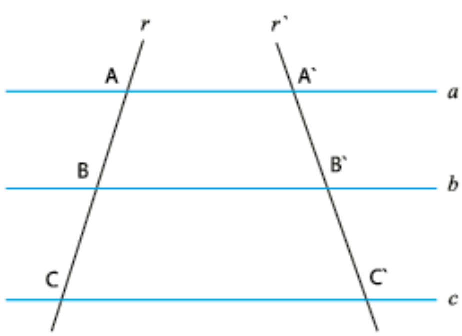
Situación problema:

¿Cuál es la expresión que define la altura de un triángulo equilátero de lado a?



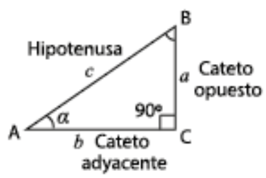
NUNCA OLVIDES QUE

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS Y TEOREMA DE PITÁGORAS



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

TEOREMA DE THALES



Teorema de Pitágoras

$c^2 = a^2 + b^2$

Razones trigonométricas

$sen\ \alpha = \frac{C_o}{h}$; $cos\ \alpha = \frac{C_a}{h}$; $tan\ \alpha = \frac{C_o}{C_a}$

$cot\ \alpha = \frac{C_a}{C_o}$; $sec\ \alpha = \frac{h}{C_a}$; $csc\ \alpha = \frac{h}{C_o}$

$s\ \frac{o}{h}\ c\ \frac{a}{h}\ t\ \frac{o}{a}$

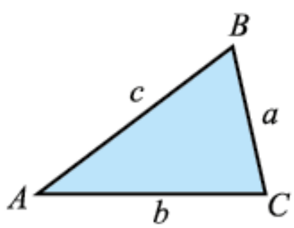
Ángulos especiales

	0º	30º	45º	60º	90º	120º	135º
$sen\ \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$cos\ \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
$tg\ \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	-1

Identidades básicas

Relaciones recíprocas	Relaciones cocientes	Relaciones pitagóras
$csc\ \theta = \frac{1}{sen\ \theta}$	$tan\ \theta = \frac{sen\ \theta}{cos\ \theta}$	$sen^2\ \theta + cos^2\ \theta = 1$
$sec\ \theta = \frac{1}{cos\ \theta}$	$cot\ \theta = \frac{cos\ \theta}{sen\ \theta}$	$1 + tan^2\ \theta = sec^2\ \theta$
$cot\ \theta = \frac{1}{tan\ \theta}$		$1 + cot^2\ \theta = csc^2\ \theta$

TEOREMA DE THALES



Teorema del Coseno

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot cos\ A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot cos\ B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot cos\ C$$

Teorema del Seno

$$\frac{a}{sen\ A} = \frac{b}{sen\ B} = \frac{c}{sen\ C}$$

PREGUNTAS PROPUESTAS

1. Andrés quiere dividir el terreno rectangular en dos fracciones iguales, trazando una cerca desde el punto A hasta B como se muestra en la imagen 17.

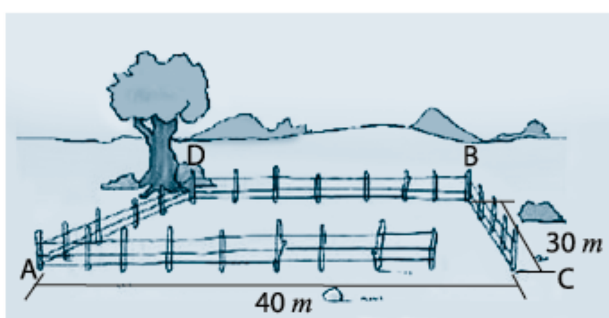


Imagen 17: terreno rectangular.

A. ¿Cuántos maderos debe colocar Andrés desde el tramo A hasta B si por cada dos metros se coloca un pilote?

Solución:

Paso 1: Para saber ¿cuántos maderos hay que colocar desde el punto A hasta B? Es necesario que conozcas la distancia de dicho tramo. Para esto, vemos que al unir los puntos A, B y C se obtine un triangulo rectangulo como se muestra en la imagen 18.

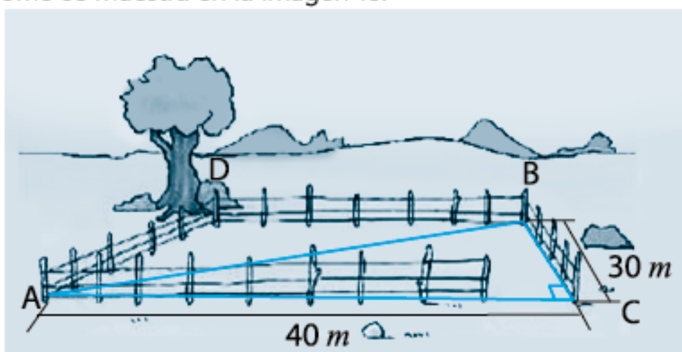


Imagen 18: representación del triángulo rectángulo

Paso 2: Al ver la imagen 18, observamos que la distancia de interes corresponde a la longitud de la hipotenusa. Por ende, aplicamos teorema de pitagoras como se muestra a continuación:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 40^2 + 30^2 = 1600 + 900 = 2500$$

$$c^2 = 2500 \leftrightarrow c = \sqrt{2500}$$

$$c = 50\ m$$

Paso 3: La longitud de interés corresponde a 50 m. Es por esto que Andrés necesitaría 26 maderos, pero como en A y en B ya hay maderos, solo necesita 24 de estos.

B. Andrés quiere cercar nuevamente el terreno colocando cuatro alambres por cada lado. ¿Cuántos metros de alambre debe comprar para cercar la propiedad? (Nota: tenga en cuenta la diagonal AB).

Solución:

Paso 1: Sumamos todas las longitudes (perimetro) 140 m. A este valor, le anexamos la distancia de la diagonal AB.

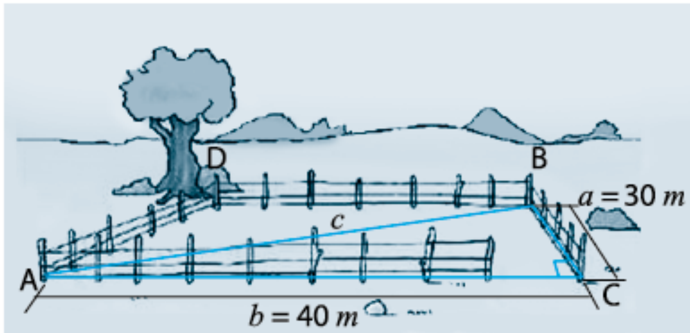
$$d = 2(40\ m) + 2(30\ m) + 50\ m = 190\ m$$

Paso 2: Como Andres quiere colocar cuatro alambres es necesario multiplicar (190 m) x (4), dando un valor de 760 m a manera de conclusión, Andres debe comprar 760 m de alambre.

C. ¿Qué razón trigonométrica relaciona la distancia BC y AC respecto al Angulo ABC?

Solución:

Paso 1: Para solucionar este interrogante es necesario que sepas definir, cada uno de los catetos.



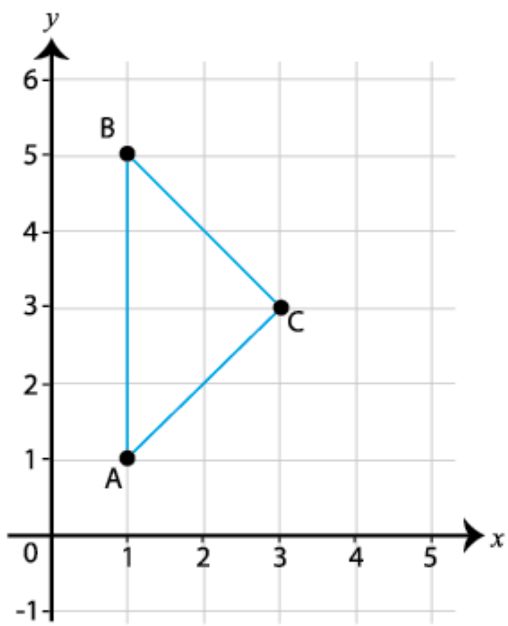
- La longitud "a" (30 m) corresponde al cateto adyacente respecto al Angulo ABC.
- La longitud "b" (40 m) representa al cateto opuesto respecto al Angulo ABC.

Paso 2: A continuación, las razones trigonométricas que relacionan al cateto adyacente con el cateto opuesto corresponde a la tangente y cotangente.

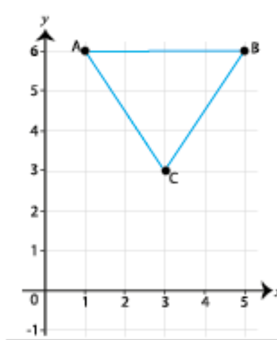
$$\tan B = \frac{Co}{Ca} = \frac{b}{a} = \frac{40\ m}{30\ m} = \frac{4}{3} \quad \text{Ó} \quad \cot B = \frac{Ca}{Co} = \frac{a}{b} = \frac{30\ m}{40\ m} = \frac{3}{4}$$

ACTIVIDAD FORMATIVA

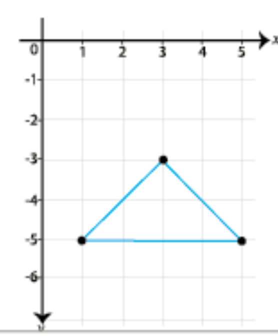
93. El triángulo ΔABC ilustrado en la figura sufrió una rotación de 90° sentido horario, tomando como eje de rotación el punto c. Luego de esto, se reflejó respecto al eje "x". ¿Cuál es la figura obtenida?



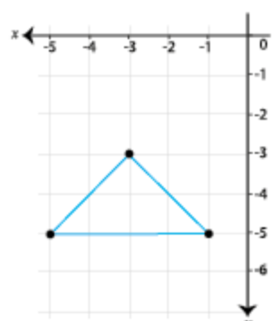
A.



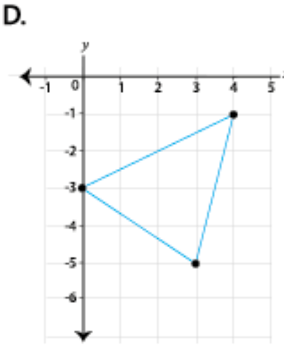
B.



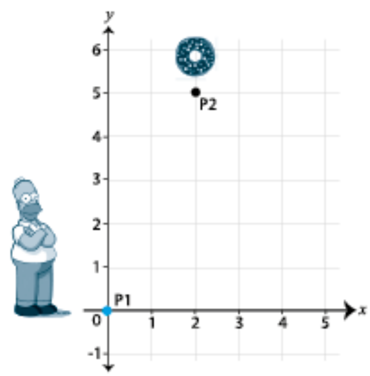
C.



D.



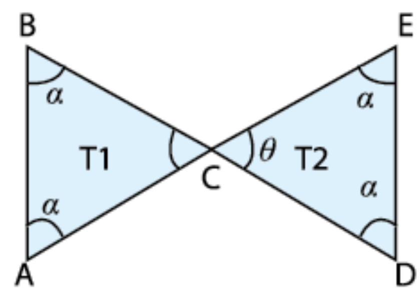
94. Homero se encuentra en su casa en un punto P1 y desea dirigirse al punto P2 a comerse unas donas. ¿Cuál es la expresión que define la longitud mínima que debe recorrer homero para llegar al punto P2?



A. $2 + 5$
B. $5 - 2$
C. $\sqrt{2^2 + 5^2}$
D. $2(5)$

RESPONDA LAS PREGUNTAS DE LA 95 Y 96 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

El parqueadero de un conjunto residencial tiene la forma que se muestra en la imagen. Está constituido por dos triángulos T1 y T2 donde el valor del ángulo θ corresponde a 60° (AC ≠ CE).



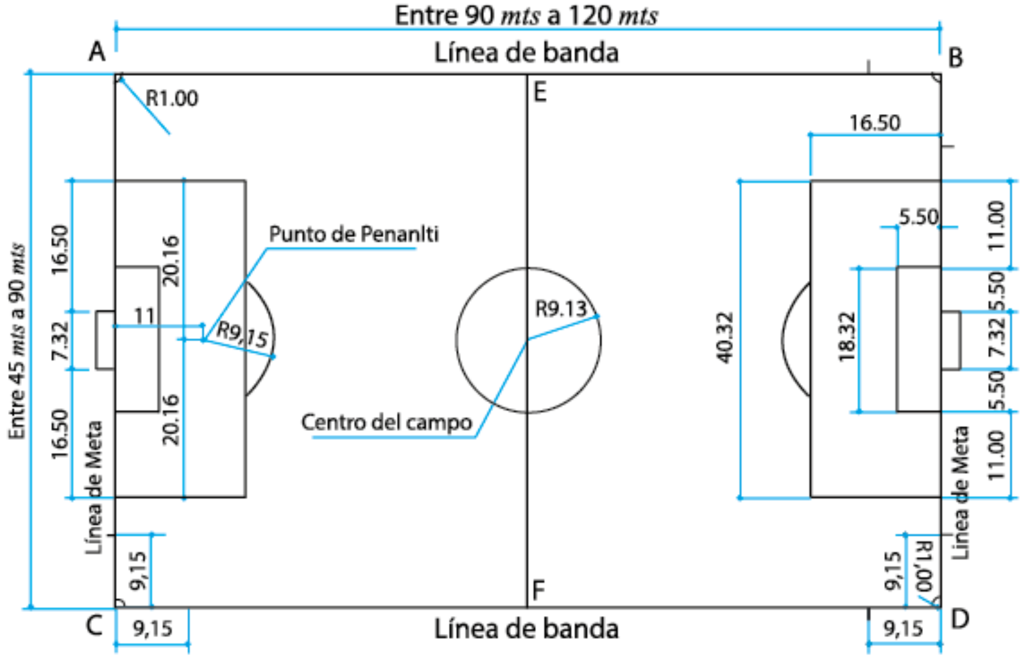
95. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?
A. Con la información suministrada, es seguro que los triángulos T1 y T2 son congruentes.
B. Con la información suministrada, es seguro que los triángulos T1 y T2 son semejantes.
C. T1 corresponde a un triángulo isósceles y T2 equilátero.
D. El ángulo α toma un valor de 50°.

96. Si la distancia de BC = CD ¿Qué se puede decir de los dos triángulos?
I. los triángulos T1 y T2 son semejantes.
II. Los triángulos T1 y T2 son congruentes.
III. Los triángulos T1 y T2 son equiláteros.

A. Son correctas II y III solamente.
B. Son correctas I y III solamente.
C. Tanto I, II y III son correctas.
D. Tanto I, II y III son incorrectas.

RESPONDA LAS PREGUNTAS 97 A LA 100 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

La federación colombiana de futbol exige que las medidas de una cancha profesional sean acorde a los lineamientos generales los cuales se visualizan en la siguiente imagen:



Fuente: http://www.oficad.com/medidas_y_dimesnsiones/campo_de_futbol.htm

97. Una persona que se encuentra en el centro del campo, quiere acercarse al punto penalti para cobrar una falta. ¿Cuál es la mínima distancia que debe recorrer? (cancha de 90 x 120 *m.*)

- **A.** 100 *m.*
- **B.** 49 *m.*
- **C.** 120 *m.*
- **D.** 38 *m.*

98. Una persona ubicada en el centro del campo quiere dirigirse a cobrar un tiro de esquina. ¿Cuál es la distancia mínima que debe recorrer? (cancha de 90 x 120 *m.*)

- **A.** 70 *m.*
- **B.** 90 *m.*
- **C.** 75 *m.*
- **D.** 100 *m.*

99. En un partido, el técnico se encuentra ubicado en la parte exterior del área de la cancha colonial a la línea de banda (punto F). Llama a un jugador localizado en el punto B, ¿cuál es la expresión matemática que define la mínima distancia recorrida por el jugador? (cancha de 45 x 90 *m.*)

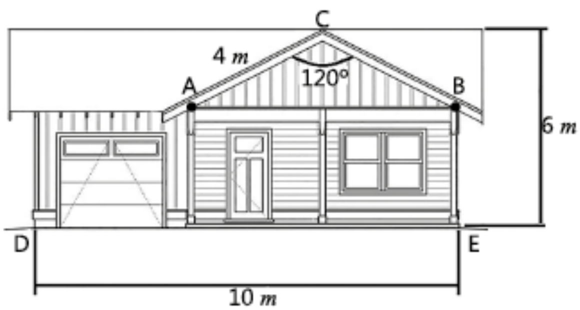
- **A.** $\sqrt{90^2 + 120^2}$
- **B.** $\sqrt{45^2 + 60^2}$
- **C.** $\sqrt{45^2 + \left(\frac{45}{2}\right)^2}$
- **D.** $2\sqrt{45}$

100. James Rodríguez lanza un fuerte tiro desde el centro del campo, en dirección al arco contrario. Si el balón viaja de forma horizontal, ¿Cuál es la longitud mínima que debe recorrer el balón para anotar un GOL. (cancha de 90 x 120 *m.*)?

A. 54,5 m.
B. 114,5 m.
C. 60 m.
D. 45 m.

RESPONDA LAS PREGUNTAS DE LA 101 A LA 103 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

La siguiente ilustración representa la vista frontal del plano de una casa de interés social.



El triángulo ΔACB, formado por el frente de la casa corresponde a un triángulo isósceles.

101. Un arquitecto observa que el techo de la casa es inestable. Para esto, propone colocar una viga desde el punto A hasta B. ¿Qué expresión permite determinar la longitud de la viga en metros?

I. $AB = \sqrt{4^2 + 4^2 - 2(4)(4)\cos(120º)}$

II. $\dfrac{AB}{\text{sen}\ (120º)} = \dfrac{4}{\text{sen}\ (30º)}$

III. $AB = \sqrt{4^2 + 4^2}$

A. II solamente.
B. I y III solamente.
C. I, II y III
D. I y II solamente.

102. Una persona quiere determinar la altura del techo con la información suministrada en la imagen. ¿Cuál es dicha longitud?

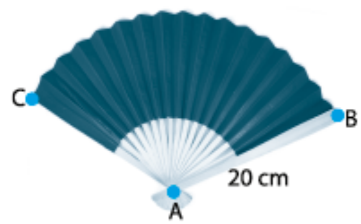
A. 2 m.
B. $2\sqrt{7}\,m$.
C. $2\sqrt{3}\,m$.
D. 7 m.

103. Pedro quiere calcular la altura vertical desde el punto B hasta el punto E, este valor corresponde a:

A. 4 m.
B. $6 - 2\sqrt{7}\,m$.
C. $6 - 2\sqrt{3}\,m$.
D. 6 - 7 m.

RESPONDA LAS PREGUNTAS DE LA 104 A LA 106 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Un abanico chino tiene las características descritas en la imagen.



104. Cuando el ángulo CAB mide 30°, ¿Cuál es el valor del ángulo ABC?

A. 75°
B. 30°
C. 120°
D. 60°

105. Cuando el ángulo ACB mide 30°, ¿Cuál es el valor del CAB?

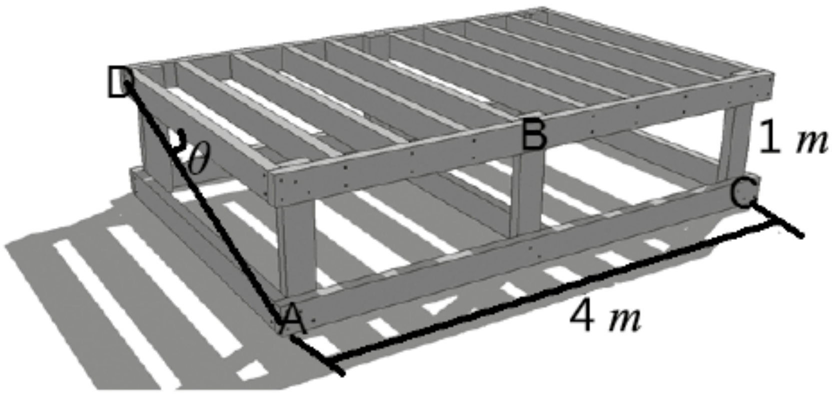
A. 75°
B. 30°
C. 120°
D. 60°

106. Cuando el ángulo ACB mide 30°, encuentre la expresión que determina la separación de los puntos C y B.

A. 20 cm.
B. $20\sqrt{3}\,cm$.
C. $10\sqrt{3}\,cm$.
D. 25 cm.

RESPONDA LAS PREGUNTAS 107 Y 108 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

El molde para una estiva especial tiene la forma presente en la imagen, donde la profundidad corresponde a 2 metros:



107. Una empresa, utiliza estas estivas para almacenar bultos de arroz por largo tiempo. Al realizar una investigación descubrieron que hay sobrecarga vertical en el punto **D**. De este modo, plantean la solución de incorporar una baranda de apoyo desde el punto **D** hasta el punto **A**. ¿Cuál debe ser la longitud aproximada de ésta?

A. 2,2 m.

B. 3 m.

C. 1 m.

D. 2,5 m.

108. Cuál es la expresión que define la inclinación de la baranda de apoyo del ejercicio anterior.

A. $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

B. $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2}{1}\right)$

C. $\theta = \sec^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

D. $\theta = \tan\left(\frac{1}{2}\right)$

MATEMÁTICAS

GUÍA Nº 9

COMBINACIONES, PERMUTACIONES Y PROBABILIDAD I

Situación problema:

El profesor de matemáticas quiere intercambiar los estudiantes de una fila de 7 integrantes.
¿De cuántas formas los puede organizar?

PERMUTACIÓN Y COMBINATORIAS

- **Permutaciones:** Una permutación es la variación del orden o de la disposición de los elementos de un conjunto ordenado.
- **Combinación:** Es una selección de objetos de un conjunto sin importar el orden en el que se escojan.

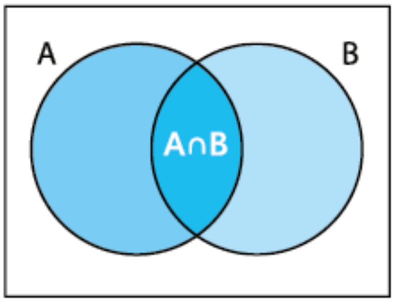
¿Importa el orden ?			
Sí: es un problema de permutación		No: es un problema de combinatorias	
¿Se admite repeticiones?		¿Se admite repeticiones?	
Sí: $P_r\,(n,\,k) = n^k$	No: $P\,(n,\,k) = \dfrac{n!}{(n-k)!}$	Sí: $C_r\,(n,\,k) = \dfrac{(n+k-1)!}{(n-k)!\,k!}$	No: $C\,(n,\,k) = \dbinom{n}{k} = \dfrac{n!}{(n-k)!\,k!}$

PROBABILIDAD.

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favorables al suceso A}}{\text{Número de casos posibles}}$$

SUCESOS COMPATIBLES

Dos sucesos son compatibles cuando la posibilidad de ocurrencia de uno no impide la ocurrencia del otro. La probabilidad de uno de los eventos se calcula mediante la fórmula:



P(AUB) = P(A) + P(C) - P(A∩B)

PREGUNTAS PROPUESTAS

1. ¿Cuántos números diferentes de 4 cifras se pueden formar con los dígitos impares?

Solución:

- ¿Importa el orden? RTA/ sí (es una permutación)
- ¿Hay repeticiones? RTA/ sí.
- Los dígitos impares son {1, 3, 5, 7, 9}

Usamos la ecuación.

$$P_r(n, k) = n^k, \text{ con } n = 5 \text{ y } p = 4$$
$$P_r(5, 4) = 5^4 = 625$$

ACTIVIDAD FORMATIVA

109. En una actividad escolar el profesor de educación física le pide a sus diez alumnos (7 hombre, 3 mujeres), que formen una fila para iniciar una rutina. ¿De cuántas formas distintas lo pueden hacer?

110. ¿Cuántos números diferentes de cuatro cifras se pueden formar con los dígitos 0, 1, 2, ... , 8 y 9?

111. ¿De cuántas maneras diferentes puede caer un dado si es lanzado 3 veces?

112. Se lanza una moneda, sucesivamente se lanza un dado, por último giramos una ruleta con los días de la semana y anotamos cada uno de los sucesos. ¿Cuántos sucesos diferentes pueden existir?

RESPONDA LAS PREGUNTAS DE LA 113 Y 114 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

A partir del 3 de agosto se implementarán cambios en las Pruebas Saber 11 a los cerca de 600 mil estudiantes que están a punto de graduarse de bachilleres. El número de preguntas aumentará de 219 a 226, las áreas de evaluación se concentrarán en seis, se incluirán preguntas sobre competencias ciudadanas, los resultados se cuantificarán numéricamente.

(http://www.elheraldo.co/)

113. Para responder cada una de las preguntas del examen, tenemos 4 alternativas de selección múltiple con única respuesta. ¿Actualmente, de cuántas maneras un estudiante pude resolver el examen de estado? (deje la expresión indicada).

114. Tomando como referencia la pregunta anterior. ¿De cuántas maneras un estudiante podrá resolver el examen de estado? (deje la expresión indicada).

115. Tres vecinos se ponen de acuerdo para un paseo familiar, cuentan con tres carros diferentes cuyas capacidades son 3, 4 y 5 personas, correspondiente a todos los integrantes de la familia. ¿De cuántas maneras se pueden acomodar si todos los integrantes pueden conducir?

116. Una bolsa contiene 10 bolas numeradas con los dígitos del 0 - 9. ¿De cuántas maneras se pueden extraer 7 bolas sin importar el orden?

117. Para realizar un ensayo en la clase de lectura crítica, el docente le pide a sus 20 estudiantes que formen grupos de 4 integrantes. ¿De cuántas maneras se pueden formar?

118. Cierto profesor de matemática, coloca diez preguntas en una evaluación de las cuales las primeras 4 son obligatorias. Y de las otras 6 un estudiante puede dejar sin resolver dos de ellas. ¿De cuántas maneras puede elegir el alumno estas preguntas?

119. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número menor a 5 al lanzar un dado?

120. En una urna hay 3 bolas blancas, 2 rojas, 5 negras y tres amarillas. Al sacar sucesivamente tres bolas ¿Cuál es la probabilidad de que la primera sea amarilla, la segunda sea roja y la tercera sea negra?

MATEMÁTICAS

GUÍA Nº 10

MEDIDAS DE POSICIÓN

Situación problema:

En un salón de clases de 20 estudiantes, un docente tabuló en Excel de menor a mayor los resultados finales de los estudiantes. Observó, que 4 de 20 perdieron su asignatura. ¿A qué porcentaje corresponde los estudiantes perdidos, y en que percentil se pueden ubicar todos ellos?

CUARTILES, DECILES Y PERCENTILES

Medidas de posición		
Cuartiles	**Deciles**	**Percentiles**
Divide la serie de datos en cuatro partes iguales.	Divide la serie de datos en diez partes iguales.	Divide la serie de datos en cien partes iguales
$i = \frac{j}{4}\ n$	$i = \frac{j}{10}\ n$	$i = \frac{j}{100}\ n$

Dónde:

i: Es la posición del cuartil, decil o percentil que queremos calcular.
n: Es el número de datos.
j: Es el número del cuartil, decil o percentil que queremos calcular.

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL		
Moda	**Mediana**	**Media**
Es el dato con mayor frecuencia	Es el centro del conjunto de datos ordenados	Suma de datos dividido entre la cantidad de los mismos $\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ ó $\frac{\sum_{i=1}^{n} f x_i}{n}$

PREGUNTAS PROPUESTAS

1. Los siguientes datos muestran los minutos que los pacientes de un hospital esperan hasta ser atendidos por un profesional de la salud.

20, 15, 10, 15, 20, 30, 40, 60, 15, 10, 10

A. Calcular la media, mediana y moda.

Solución:

Ordenar los datos de manera ascendente.

10, 10, 10, 15, 15, 15, 20, 20, 30, 40, 60

- **Media:** Sumar todos los datos divididos, entre el número total de datos.

$$\overline{X} = \frac{10 + 10 + 10 + 15 + 15 + 15 + 20 + 20 + 30 + 40 + 60}{11} = 22{,}3$$

- **Moda:** Es el dato que más se repite.

El conjunto de datos tiene dos modas estas son: 10 y 15

- **Mediana:** Es el dato que divide en dos partes iguales el conjunto de datos ordenados (15).

B. Encontrar el D1, Q2 y P40

Solución:

D1: Dividimos en cuatro partes iguales el conjunto de datos ordenados, así:

$$i = \frac{j}{4}\,n, \quad \text{donde } j = 1 \text{ y } n = 11$$

$$i = \frac{1\,(11)}{4} = 2{,}75 \sim 3$$

En conclusión, el número que ocupa la posición 3 corresponde a 10.

Q2: El cuartil corresponde a la mediana (15).

P40:

$$i = \frac{j}{100}\,n, \quad \text{donde } j = 30 \text{ y } n = 11$$

$$i = \frac{40\,(11)}{100} = 4{,}4 \sim 5$$

En conclusión, el número que ocupa la posición 5 corresponde a 15.

ACTIVIDAD FORMATIVA

121. Una persona tabula las edades de 22 personas, los resultados se muestran a continuación:

6, 10, 5, 7, 9, 5, 4, 7, 60, 20, 22, 10, 7, 20, 20, 22, 10, 15, 10, 15, 6, 5

Obtener los cuartiles:

Q1_________, Q2_________, Q3_________

122. En un laboratorio, un bacteriólogo tabula el tiempo en segundo de reacción de la sangre de un paciente ante un reactivo en específico. Los resultados se muestran a continuación:

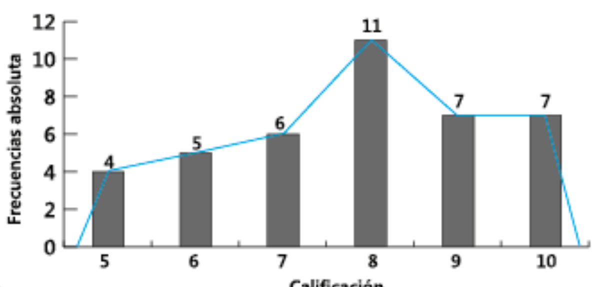
45, 50, 55, 30, 20, 10, 45, 40, 30, 15, 60, 50, 30, 60, 61, 20, 30

A. ¿Cuál es la media, mediana y moda?

B. Encontrar el percentil 10, el cuartil 3 y el decil 5.

RESPONDA LAS PREGUNTAS DE LA 123 A LA 127 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

El siguiente gráfico de barras muestra las calificaciones obtenidas por un grupo de estudiantes de grado 11 en el colegio Santa María.



123. ¿Cuántos estudiantes hay en el salón de clase?

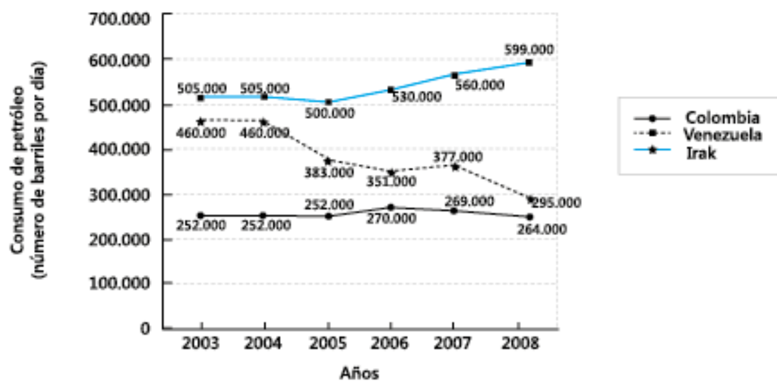
124. Si el examen se gana con notas superiores o iguales a 7, ¿qué porcentaje de estudiantes aprobaron el examen?

125. Calcular la moda, mediana y media.

126. Encontrar los datos que dividen en cuatro partes iguales las calificaciones de los estudiantes de grado 11 del colegio Santa María.

127. Calcular D5, D30, Q2, P50, P25, P70 y P10

128. La siguiente gráfica presenta el promedio del consumo de petróleo por día, en tres países, entre los años 2003 y 2008.



Responda los siguientes incisos de acuerdo a la información.

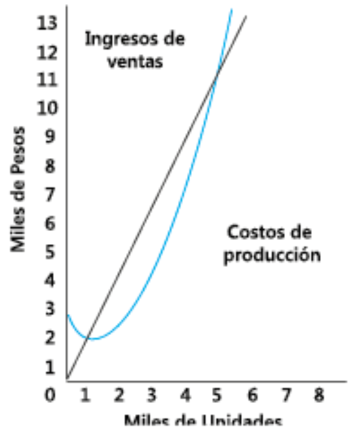
A. Si los países se clasifican en contaminantes, de acuerdo a la quema de combustible. Genere una jerarquía de los más contaminantes a los menos.

B. ¿Qué países tienen mayor diferencia en el consumo de petróleo entre el año 2003 y 2008? ¿Cuál es la máxima diferencia? Justifique su respuesta.

C. ¿Qué puede decir acerca de la tendencia en gráfica, del consumo de gasolina en Colombia, Venezuela e Irak?

RESPONDA LAS PREGUNTAS DE LA 129 A LA 132 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

La función de costos $C(b)$ de producción de bombillos ahorradores de energía está dada por la expresión: $C(b) = (b - 1)^2 + 2$, donde b representa el número de bombillos.



En la gráfica siguiente se muestran las funciones de costo y la cantidad de ingresos por ventas.

129. Establezca los intervalos en los cuales hay pérdida de dinero.

130. ¿En cuántas unidades se genera la mayor ganancia? ¿Se puede determinar el valor de esa ganancia?

131. ¿En cuántas unidades el ingreso es igual al costo de producción?

132. ¿Cuál es la ganancia aproximada a la hora de fabricar y vender dos mil unidades de bombillos ahorradores?

MATEMÁTICAS

GUÍA Nº 11

COMBINACIONES, PERMUTACIONES Y PROBABILIDAD II

Situación problema:

Te has puesto a pensar ¿de cuántas formas puedes ordenar las letras de tu nombre?

NUNCA OLVIDES QUE
PERMUTACIONES, COMBINATORIAS Y PROBABILIDAD

¿Importa el orden ?			
Sí: es un problema de permutación		No: es un problema de combinatorias	
¿Se admite repeticiones?		¿Se admite repeticiones?	
Sí: $P_r(n, k) = n^k$	No: $P(n, k) = \frac{n!}{(n-k)!}$	Sí: $C_r(n, k) = \frac{(n+k-1)!}{(n-k)!\,k!}$	No: $C(n, k) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!}$

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favorables al suceso A}}{\text{Número de casos posibles}}$$

MEDIDAS DE POSICIÓN

Medidas de posición		
Cuartiles	**Deciles**	**Percentiles**
Divide la serie de datos en cuatro partes iguales.	Divide la serie de datos en diez partes iguales.	Divide la serie de datos en cien partes iguales
$i = \frac{j}{4}n$	$i = \frac{j}{10}n$	$i = \frac{j}{100}n$

PREGUNTAS PROPUESTAS

1. El profesor de matemáticas quiere intercambiar los estudiantes de una fila de 7 integrantes. ¿De cuántas formas los puede acomodar?

Solución:

- ¿Importa el orden? RTA/ sí (es una permutación)
- ¿Hay repeticiones? RTA/ no.

Usamos la ecuación:

$$P(n, k) = \frac{n!}{(n-k)!} \text{, con } n = 7 \text{ y } p = 7$$

$$P(7, 7) = \frac{7!}{(7-7)!} = \frac{7!}{0!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1!}{1} = 5040$$

ACTIVIDAD FORMATIVA

RESPONDA LAS PREGUNTAS DE LA 133 A LA 135 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

En la cafetería de don miguel hay un banco en el cual pueden sentarse 5 personas. Andrea, Miguel, Ana, José y Pedro llegan al mismo tiempo y ocupan este lugar.

133. ¿De cuántas maneras pueden sentarse estas 5 personas en el banco?

A. 5
B. 120
C. 15
D. 1

134. Si Ana no puede ir en las esquinas del banco ¿De cuántas maneras pueden sentarse?

A. 120
B. 72
C. 96
D. 5

135. Si Miguel debe ir en el centro ¿de cuántas maneras pueden sentarse?

A. 4
B. 5
C. 24
D. 12

RESPONDA LAS PREGUNTAS DE LA 136 A LA 138 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Al cumplir la mayoría de edad, es decir 18 años, el único documento de identificación válido en el país es la cédula de ciudadanía. En los datos bibliográficos consta de un número de 10 dígitos.

136. ¿Cuál es la expresión que define el número de cédulas de diez cifras que se pueden fabricar en Colombia?

A. 10^{10}
B. $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1$
C. $9 \cdot 10^{9}$
D. $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1$

137. ¿Cuál es la expresión que define el número de cédulas de diez cifras que se pueden fabricar en Colombia que comiencen con el número 1 ó 6?

A. $2 \cdot 10^{10}$
B. $2 \cdot 9 \cdot 8 \cdot ... \cdot 2 \cdot 1$
C. $2 \cdot 10^{9}$
D. $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot ... \cdot 2 \cdot 1$

138. La cédula de diez dígitos de Andrés comienzan con los números 1.067.9XX.XXX. ¿cuántas personas más pueden tener en su cédula estos mismos números?

A. 100.000
B. 99.999
C. 30.240
D. 40

RESPONDA LAS PREGUNTAS DE LA 139 A LA 141 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

¿Cuántas palabras de cuatro letras se pueden formar con las letras de la expresión COMPUTER?

139. Que comiencen con una vocal y terminen con una vocal.

A. 180
B. 360
C. 840
D. 2401

140. Que comiencen con una consonante y terminen con una consonante.

A. 180
B. 360
C. 840
D. 600

141. Que comiencen con una vocal y terminen con una consonante.

A. 180
B. 360
C. 840
D. 450

142. Un día cualquiera el docente de matemáticas no pudo asistir a la sesión de clases, por lo cual dejó un taller para entregar en grupos de dos estudiantes al siguiente día a las 6:30 am. Si en total el salón consta de 26 estudiantes. ¿De cuántas maneras se pueden formar estos grupos?

A. 325
B. 650
C. 52
D. 24

143. En su casa Andrea tiene 20 libros que se ha leído en el trascurso de su vida. Quiere donar cuatro libros de estos al colegio para el día del lector que se celebra el 23 de abril. ¿de cuántas formas puede escoger estos cuatro libros?

A. 74
B. 323
C. 4845
D. 116.280

144. En el banco de la selección Colombia hay 23 jugadores de los cuales el profesor Pekerman debe seleccionar 11 para disputar un partido cualquiera, en estos siempre deben estar James Rodríguez, Vaca y Falcao. ¿De cuántas formas puede seleccionar Pekerman el resto de jugadores?

A. $20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot ... \cdot 14 \cdot 13$
B. 20
C. 4
D. 125.970

145. En la repisa de tu casa están ubicados 8 libros de matemática, 3 libros de sociales y 4 de lenguaje. Quieres escoger de cada asignatura 2 libros. ¿De cuántas formas lo puedes hacer?

A. 504
B. 320
C. 180
D. 600

146. En la Universidad de Córdoba de cada 100 estudiantes 60 son hombres, de los hombres 40 son estudiantes diurnos, de las mujeres 30 son estudiantes diurnos. Al seleccionar un estudiante al azar. ¿Cuál es la probabilidad de Encontrar un estudiante diurno, Si se sabe que es hombre?

A. 0,4
B. 0,6
C. 3/4
D. 2/3

RESPONDA LAS PREGUNTAS DE LA 147 Y 149 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN

Andrés compró dos boletas de cuatro cifras a $ 1.000 pesos cada una, con la posibilidad de ganar $ 4.000.000 si acierta las cuatro números.

147. ¿Cuál es la probabilidad que tiene Andrés de ganar?

A. 1/10.000
B. 1/5.000
C. 0,0001
D. 4999/5.000

148. ¿Cuál es la probabilidad que tiene Andrés de perder?

A. 1/10.000
B. 1/5.000
C. 0,0001
D. 4999/5.000

149. Se desea reforzar con una clínica (seminario) de ventas al 10% de los vendedores con peor desempeño. Si usted cuenta con la información para seleccionar los vendedores que asistirán a la clínica, ¿con cuál indicador usted trabajaría?

A. Primer Decil.
B. El percentil 90.
C. La Mediana.
D. La Moda.

150. Una persona desea conocer el dato que divide en dos partes iguales un conjunto de datos ordenados. Para esto le aconsejas que encuentre.

A. La moda.
B. El promedio.
C. El tercer decil.
D. El segundo cuartil.

151. Se le realizó un estudio estadístico a 30 estudiantes, acerca del tiempo que demoran viendo televisión, posterior a esto, se tabularon los datos en forma ordenada y se dividieron estos en cinco conjuntos de 6 elementos. ¿Qué porcentaje del total de datos tiene cada conjunto?

A. 20%
B. 25%
C. 50%
D. 30%